

**Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΔΕΜ ΚΑΙ
ΤΩΝ ΓΝΩΣΤΙΚΩΝ ΕΝΙΣΧΥΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ
ΤΗΣ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΑΠΟ
ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΕΙΔΙΚΕΣ ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ
ΚΑΙ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ ΕΛΛΕΙΜΜΑΤΙΚΗΣ
ΠΡΟΣΟΧΗΣ – ΥΠΕΡΚΙΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑ**

**THE IMPACT OF THE CRA MODEL AND COGNITIVE
SCAFFOLDING ON THE UNDERSTANDING OF
PERIMETER AND AREA BY STUDENTS WITH SPECIFIC
LEARNING DISABILITIES AND ATTENTION DEFICIT
HYPERACTIVITY DISORDER (ADHD)**

Μαρία Παπαδάμ
Υποψήφια Διδάκτωρ
Εκπαιδευτικής και Κοινωνικής Πολιτικής
Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
mpapadam@uom.edu.gr

Ιωάννης Αγαλιώτης
Καθηγητής
Εκπαιδευτικής και Κοινωνικής Πολιτικής
Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
iagal@uom.edu.gr

Περίληψη

Η μελέτη εξέτασε την αποτελεσματικότητα δύο εκπαιδευτικών παρεμβάσεων σε 50 μαθητές με Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες (ΕΜΔ) ή Διαταραχή Ελλειμματικής Προσοχής/Υπερκινητικότητα (ΔΕΠ-Υ), με στόχο τη βελτίωση της γεωμετρικής τους επίδοσης σε έργα σχετικά με την περίμετρο και το εμβαδόν επιπέδων σχημάτων. Η πρώτη παρέμβαση, βασισμένη στο μοντέλο «Στοχευμένη Διδασκαλία για Ενσυνείδητη Μάθηση» (ΣΔΕΜ) το οποίο στηρίζεται στις αρχές της Άμεσης Διδασκαλίας, εφαρμόστηκε στην ομάδα ελέγχου. Η δεύτερη συνδύαζε το ίδιο πρόγραμμα με ενισχύσεις στην οπτικοχωρική ικανότητα και τη λεκτική μνήμη εργασίας στην πειραματική ομάδα. Και οι δύο ομάδες έδειξαν στατιστικά σημαντική βελτίωση, χωρίς σημαντική διαφορά μεταξύ των προγραμμάτων. Ωστόσο, μαθητές με ΕΜΔ ωφελήθηκαν περισσότερο από τις γνωστικές ενισχύσεις. Τα αποτελέσματα συζητούνται σε σχέση με την αποτελεσματικότητα της Άμεσης Διδασκαλίας και τον ρόλο των γνωστικών δεξιοτήτων και ενισχύσεων στη γεωμετρική επίδοση.

Λέξεις κλειδιά

Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες, Διαταραχή Ελλειμματικής Προσοχής/Υπερκινητικότητα, Άμεση Διδασκαλία, οπτικοχωρική ικανότητα.

Abstract

The study investigated the effectiveness of two educational interventions on 50 students with Specific Learning Disabilities (SLD) or Attention Deficit Hyperactivity Disorder (ADHD), aimed at improving their geometric performance in tasks related to perimeter and area of geometric shapes. The first intervention, grounded in the core principles of Systematic Explicit Instruction (SEI), was implemented with the control group. The second intervention combined the same instructional approach with enhancements in visuospatial ability and verbal working memory, and was applied to the experimental group. Both groups demonstrated statistically significant improvements, with no significant differences between the interventions overall. However, students with SLD showed greater benefits from the cognitive enhancements. The findings are discussed in relation to the efficacy of Direct Instruction and the role of cognitive skills and enhancements in improving geometric performance.

Key words

Specific Learning Disabilities, Attention Deficit Hyperactivity Disorder, Systematic Explicit Instruction, visuospatial ability, verbal working memory.

1. Ανασκόπηση της βιβλιογραφίας

1.1. Εισαγωγή

Οι έννοιες της περιμέτρου και του εμβαδού αποτελούν θεμελιώδεις γεωμετρικές έννοιες, προάγοντας τη μαθηματική σκέψη σε σχέση με μετρικές και χωρικές σχέσεις (Huang et al., 2017). Έρευνες υποδεικνύουν ότι η κατανόησή τους επηρεάζεται από παράγοντες όπως η οπτικοχωρική ικανότητα, η λειτουργική μνήμη και οι προϋπάρχουσες γνώσεις (Machaba, 2016; Sarama & Clements, 2016). Η εγγενής πολυπλοκότητα αυτών των εννοιών αποτελεί πρόκληση για πολλούς μαθητές, ιδιαίτερος εκείνους με Ήπιες Εκπαιδευτικές Ανάγκες (HEA), όπως μαθητές με Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες (ΕΜΔ) και Διαταραχή Ελλειμματικής Προσοχής – Υπερκινητικότητα (ΔΕΠ-Υ), οι οποίοι συχνά παρουσιάζουν ελλείμματα στις χωροαντιληπτικές και υπολογιστικές δεξιότητες (Paradam & Agaliotis, 2024).

1.2. Ερευνητικά δεδομένα για τις δυσκολίες στην αντίληψη της περιμέτρου και του εμβαδού

Σύγχρονες έρευνες δείχνουν ότι μαθητές με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ έχουν χαμηλές επιδόσεις σε γεωμετρικά έργα, κυρίως λόγω ελλειμμάτων στην οπτικοχωρική επεξεργασία, τη μνήμη εργασίας και τον αφηρημένο συλλογισμό (Fuchs et al., 2020; Mammarella et al., 2021). Οι δυσκολίες αυτές εντείνονται στην κατανόηση της περιμέτρου και του εμβαδού, που απαιτούν συνδυασμό αριθμητικών γνώσεων και χωρικής αντίληψης (Green et al., 2023). Η βιβλιογραφία τονίζει ότι τα γνωστικά χαρακτηριστικά αυτών των μαθητών παρακωλύουν τη δόμηση ισχυρών γνωστικών σχημάτων για την περίμετρο και το εμβαδόν (Almeida & DeLuca,

2023; AL-salahat, 2022). Αυτά τα ελλείμματα επηρεάζουν την οπτική και ακουστική διάκριση, τη λεκτική μνήμη εργασίας και την επεξεργασία πληροφοριών, δυσκολεύοντας τη μάθηση της περιμετρικής και εμβαδικής έννοιας (Brown & Wilson, 2023; Zhang, 2022). Διεθνή δεδομένα επιβεβαιώνουν ότι μαθητές με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ δυσκολεύονται στη χρήση τύπων υπολογισμού και μονάδων μέτρησης, επηρεάζοντας τη γεωμετρική τους απόδοση στον υπολογισμό των δύο γεωμετρικών μεγεθών (Cawley et al., 2009; Dobbins et al., 2013; Guven & Argun, 2013; Kang & Zentall, 2011; Schmidt & Brown, 2021; Zentall et al., 2013). Στοιχεία από την Ελλάδα δείχνουν ότι μαθητές με ΕΜΔ δυσκολεύονται στον εντοπισμό σχημάτων ίσης περιμέτρου ή εμβαδού (Αγαλιώτης κ.α., 2011).

1.3. Ερευνητικά δεδομένα για τη διδασκαλία της περιμέτρου και του εμβαδού σε μαθητές με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ

Η βιβλιογραφία για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών σε μαθητές με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ είναι περιορισμένη. Παρεμβάσεις που περιλαμβάνουν τεχνολογία έχουν αποδειχθεί αποτελεσματικές στη διδασκαλία περιμέτρου και εμβαδού σε μαθητές με HEA (Ovez, 2012; Satsangi et al., 2020), όπως και οι απτικές και οπτικές αναπαραστάσεις (Cass et al., 2003; Satsangi & Bouck, 2015). Επιπλέον, οι μέθοδοι πολλαπλών αναπαραστάσεων, όπως η CRA, και στρατηγικές γνωστικής υποστήριξης έχουν δείξει θετικά αποτελέσματα (AL-salahat, 2022; Kozulin & Kazaz, 2016).

Μετα-αναλύσεις (Bergstrom & Zhang, 2016; Liu et al., 2021) επισημαίνουν ότι η Άμεση Διδασκαλία, όταν συνδυάζεται με πολλαπλές αναπαραστάσεις και δομημένα εκπαιδευτικά πλάνα, αποτελεί την πιο αποτελεσματική μέθοδο για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών σε μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες. Η οπτικοχωρική ικανότητα, η οποία θεωρείται κρίσιμη για την επιτυχία στη γεωμετρία (Battista, 1990), μπορεί να ενισχυθεί μέσω κατάλληλης διδασκαλίας για τη βελτίωση της γεωμετρικής επίδοσης (Rivella et al., 2021; Liang et al., 2022), αν και η αποτελεσματική μεταφορά αυτών των δεξιοτήτων στις γεωμετρικές εργασίες εξαρτάται από τη χρήση της Άμεσης Διδασκαλίας (Mammarella et al., 2019). Παράλληλα, η λεκτική μνήμη εργασίας διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην ενίσχυση της γεωμετρικής σκέψης μέσω συνεχούς εξάσκησης (Mammarella et al, 2020).

Παρόλο που οι γνωστικοί παράγοντες αυτοί είναι κρίσιμοι για τη στήριξη μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ (Swanson et al., 2024), η έρευνα σχετικά με τη διδασκαλία περιμέτρου και εμβαδού παραμένει περιορισμένη. Συχνά, οι μελέτες εστιάζουν σε μία μόνο τεχνική, ενώ οι συγκριτικές έρευνες είναι σπάνιες. Επιπλέον, οι γνωστικές ενισχύσεις, όπως η οπτικοχωρική ικανότητα και η λεκτική μνήμη, δεν έχουν μελετηθεί επαρκώς σε συνδυασμό με τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών, παρά την αναγνωρισμένη σημασία τους στην κατάκτηση γεωμετρικής γνώσης (Rivella et al., 2021).

Συνολικά, η εστίαση σε πιο ολοκληρωμένες προσεγγίσεις που συνδυάζουν γνωστικές ενισχύσεις, όπως η οπτικοχωρική ικανότητα και η λεκτική μνήμη εργασίας, θα μπορούσε να ενισχύσει περαιτέρω την απόδοση των μαθητών με HEA στην εκμάθηση της περιμέτρου

και του εμβαδού, βασιζόμενη στα πορίσματα σχετικών ερευνών (Mammarella et al., 2019; Bergstrom & Zhang, 2016; Liu et al., 2021).

1.4. Σκοπός της μελέτης και ερευνητικά ερωτήματα

Η παρούσα μελέτη εξετάζει την αποτελεσματικότητα δύο παρεμβάσεων σε μαθητές με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ, εκ των οποίων η πρώτη στηρίχθηκε στην Άμεση Διδασκαλία (Systematic Explicit Instruction) και η δεύτερη στον συνδυασμό Άμεσης Διδασκαλίας με ενίσχυση της οπτικοχωρικής ικανότητας και της λεκτικής μνήμης εργασίας. Η επιλογή της Άμεσης Διδασκαλίας βασίζεται σε έρευνες που επιβεβαιώνουν την αποτελεσματικότητά της για μαθητές με ΗΕΑ (Archer & Hughes, 2011; Cragg et al., 2017). Ειδικά ως προς τον τρόπο που εφαρμόστηκε η Άμεση Διδασκαλία, σημειώνεται πως έγινε χρήση του μοντέλου «Στοχευμένη Διδασκαλία για Ενσυνείδητη Μάθηση» (ΣΔΕΜ), το οποίο έχει αποδειχθεί επιτυχές στα Μαθηματικά για μαθητές με ΗΕΑ (Agaliotis & Teli, 2016; Aggelopoulos & Agaliotis, 2021). Το ΣΔΕΜ περιλαμβάνει: α) συγκεκριμένους διδακτικούς στόχους, β) σύνδεση νέων και προηγούμενων γνώσεων, γ) εισαγωγή νέων εννοιών με παραδείγματα και αναπαραστάσεις, δ) καθοδηγούμενη πρακτική, ε) ανασκόπηση της μάθησης, στ) αυτόνομη εφαρμογή και ζ) αξιολόγηση και καθορισμό επόμενων βημάτων (Αγαλιώτης, 2023).

Λόγω της σημασίας της οπτικοχωρικής ικανότητας και της λεκτικής μνήμης εργασίας στη γεωμετρία, η δεύτερη παρέμβαση συνδύασε το ΣΔΕΜ με εκπαίδευση σε αυτές τις δεξιότητες για να αξιολογηθεί η διαφορά στην αποτελεσματικότητα. Η έρευνα επικεντρώθηκε σε τρία ερευνητικά ερωτήματα:

1. Σε τι βαθμό η παρέμβαση βασισμένη στο μοντέλο ΣΔΕΜ βελτιώνει την επίδοση των μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ σε γεωμετρικά έργα που αφορούν την έννοια της περιμέτρου και του εμβαδού, τη χρήση μονάδων μέτρησης και τον υπολογισμό των δύο μεγεθών;
2. Η προσθήκη γνωστικής ενίσχυσης στην οπτικοχωρική ικανότητα και τη λεκτική μνήμη εργασίας διαφοροποιεί στατιστικά σημαντικά την επίδραση της ΣΔΕΜ στην επίδοση των μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ σε γεωμετρικά έργα που αφορούν την έννοια της περιμέτρου και του εμβαδού, τη χρήση μονάδων μέτρησης και τον υπολογισμό των δύο μεγεθών;
3. Διαφοροποιείται η επίδοση των μαθητών με ΕΜΔ της ΟΕ και της ΠΟ και, αντίστοιχα, η επίδοση των μαθητών με ΔΕΠ-Υ της ΟΕ και της ΠΟ μετά την εφαρμογή της παρέμβασης

2. Μεθοδολογία της έρευνας

2.1. Ερευνητική στρατηγική

Στην παρούσα μελέτη, χρησιμοποιήθηκε η ημι-πειραματική μέθοδος για την εφαρμογή δύο εκπαιδευτικών παρεμβάσεων βασισμένων στην Άμεση Διδασκαλία, με στόχο την αξιολόγηση της επίδρασής τους στη γεωμετρική γνώση μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ αναφορικά με τις έννοιες της περιμέτρου και του εμβαδού. Η συγκεκριμένη προσέγγιση κρίνεται κατάλληλη για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας εκπαιδευτικών προγραμμάτων σε

συνθήκες πραγματικού περιβάλλοντος, όπου η τυχαία δειγματοληψία δεν είναι εφικτή (Eason & Clegg, 2023).

2.2. Συμμετέχοντες

2.2.1. Συμμετέχοντες μαθητές

Η συμμετοχή μαθητών στη μελέτη εξασφαλίστηκε με τη γραπτή συγκατάθεση των γονέων τους, ενώ το πρωτόκολλο της έρευνας εγκρίθηκε από τις αρμόδιες εκπαιδευτικές διευθύνσεις (αριθμ. πρωτ. Φ23/1054, 16-10-2023) και την επιτροπή Ηθικής του Πανεπιστημίου Μακεδονίας (αριθμ. πρωτ. 10/18-5-2023). Οι συμμετέχοντες της έρευνας ήταν 30 μαθητές με ΕΜΔ και 20 μαθητές με ΔΕΠ-Υ, οι οποίοι είχαν διαγνωστεί από κρατικούς φορείς, διέμεναν στην κεντρική και βόρεια Ελλάδα, φοιτούσαν στην έκτη τάξη της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (ηλικίας 11-12 ετών) και παρακολουθούσαν το Τμήμα Ένταξης της μονάδας τους για 3-4 ώρες εβδομαδιαίως. Περισσότερες πληροφορίες για τους μαθητές παρουσιάζει ο Πίνακας 2.1.

Πίνακας 2.1.: Δημογραφικά στοιχεία συμμετεχόντων μαθητών

Ομάδα Διδασκαλίας	ΕΜΔ		ΔΕΠ-Υ		Σύνολο (Total)
	Αγόρια	Κορίτσια	Αγόρια	Κορίτσια	
Ομάδα Ελέγχου	11	4	7	3	25
Πειραματική Ομάδα	9	6	6	4	25
Σύνολο (Total)	20	10	13	7	50

2.2.2. Κριτήρια επιλογής συμμετεχόντων μαθητών και κατάταξης σε ομάδες διδασκαλίας

Για την κατανομή των μαθητών στις ομάδες ελέγχου και πειραματικής, ελήφθησαν υπόψη μελέτες που υπογραμμίζουν τη σημασία της προσεκτικής δειγματοληψίας και της ομοιογενούς σύνθεσης των ομάδων, ώστε να μειωθεί η συστηματική μεροληψία και να ενισχυθεί η εσωτερική εγκυρότητα (Hattie, 2012; Cook et al., 2021). Έτσι, οι συμμετέχοντες κατανεμήθηκαν σε δύο μικτές ομάδες, ως προς το φύλο και την εκπαιδευτική ανάγκη, χωρίς στατιστικά σημαντικές διαφορές στις αρχικές επιδόσεις τους, βάσει της αρχικής αξιολόγησης.

Ως προς τα κριτήρια επιλογής των συμμετεχόντων μαθητών με ΗΕΑ, αυτοί επιλέχθηκαν σύμφωνα με: (1) την ύπαρξη επίσημης διάγνωσης από κρατικούς φορείς εντός του τελευταίου έτους, (2) την απουσία πρόσθετων ειδικών εκπαιδευτικών αναγκών, (3) την ως τώρα

συμμετοχή τους στην κοινή διδασκαλία γεωμετρίας στη γενική τάξη και (4) την παρουσίαση σημαντικής απόκλισης από τις μέσες γεωμετρικές επιδόσεις των συνομηλίκων τους (επίδοση κάτω του 25%). Οι ερευνητές επαλήθευσαν ότι οι διαγνώσεις των μαθητών δεν αποκλίνουν από το μέσο όρο νοημοσύνης της ηλικίας τους, ώστε να διασφαλιστεί η εγκυρότητα της αξιολόγησης των παρεμβάσεων.

2.2.3. Συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί

Οι αρχικές και τελικές αξιολογήσεις πραγματοποιήθηκαν από τους συγγραφείς και έξι εκπαιδευτικούς ειδικής αγωγής με πάνω από οκτώ χρόνια εμπειρίας. Οι ερευνητές παρείχαν 6 ώρες τηλε-εκπαίδευσης σχετικά με τη δομή και τους στόχους των παρεμβάσεων. Για τη διασφάλιση της πιστότητας των εφαρμογών, χρησιμοποιήθηκαν δύο άξονες: 1) σαφή πρωτόκολλα παρέμβασης με αναλυτικές οδηγίες (Horner & Odom, 2024) και 2) συστηματική παρακολούθηση και συλλογή δεδομένων για ανάλυση (Creswell & Creswell, 2017). Η αξιοπιστία επιβεβαιώθηκε μέσω διαδικτυακών παρατηρήσεων, με βαθμολογίες εφαρμογής (1=χαμηλή, 2=καλή, 3=υψηλή).

Η αξιοποίηση του τύπου υπολογισμού των Rebello and Wieman (2011), έδειξε ότι το ποσοστό μαθημάτων υψηλής ποιότητας ξεπέρασε το 95%. Ο τύπος δίνεται παρακάτω:

$$\text{Ποσοστό υψηλής ποιότητας} = \frac{\text{Αριθμός μαθημάτων με βαθμολογία 3}}{\text{Συνολικός αριθμός μαθημάτων}} \times 100$$

2.3. Διαδικασίες της έρευνας

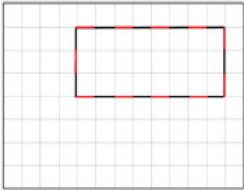
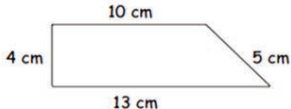
2.3.1. Εργαλεία αξιολόγησης και διαδικασία συλλογής δεδομένων

Τα δεδομένα συλλέχθηκαν μέσω μαθησιακών και γνωστικών δοκιμασιών. Οι αρχικές και τελικές επιδόσεις των μαθητών σε δραστηριότητες σχετικές με την περίμετρο και το εμβαδόν μετρήθηκαν με άτυπα εργαλεία, βασισμένα στο αναλυτικό πρόγραμμα (Αγαλιώτης, 2012). Τα έργα που συμπεριλήφθηκαν στους ελέγχους ομαδοποιούνται σε τρεις κατηγορίες: 1) πέντε δραστηριότητες σχετικά με την έννοια της περιμέτρου και την έννοια του εμβαδού, 2) πέντε δραστηριότητες με χρήση τυπικών και μη τυπικών μονάδων μέτρησης της περιμέτρου και του εμβαδού και 3) πέντε δραστηριότητες υπολογισμού της περιμέτρου και του εμβαδού ορθογωνίου παρ/μου, τετραγώνου και τριγώνου με τη χρήση αριθμητικής παράστασης/τύπου. Ο κύκλος εξαιρέθηκε λόγω του προγράμματος σπουδών (διδάσκεται στην ΣΤ' τάξη). Κάθε ενότητα είχε ως μέγιστο βαθμό επιτυχίας το 5, ενώ ολόκληρο το εργαλείο το 15. Οι εργασίες είχαν κοινά χαρακτηριστικά με το Usiskin Van Hiele Test (Usiskin, 1982), το Tieng and Eu Van Hiele Test (2018) και το Global Van Hiele Questionnaire (Patkin, 2014). Τα προαναφερθέντα εργαλεία αξιολογούν το επίπεδο της γεωμετρικής συλλογιστικής για δισδιάστατα σχήματα και περιέχουν έργα σχετικά με τη μέτρηση μεγέθους των επιπέδων σχημάτων. Οι συγγραφείς διατήρησαν αυτούσιες τις απαιτήσεις ορισμένων έργων από τα προαναφερθέντα εργαλεία, ωστόσο μετέφρασαν τις σχετικές

δραστηριότητες στην ελληνική γλώσσα και προέβησαν σε πιλοτική εφαρμογή των εργαλείων σε 10 μαθητές. Στην πορεία έγιναν ορισμένες αντικαταστάσεις αριθμητικών στοιχείων, ώστε τα έργα να είναι κατάλληλα για την Στ' τάξη και, έπειτα, εντάχθηκαν σε ένα κοινό σύνολο δοκιμασιών με τα έργα του άτυπου εργαλείου. Η τελική αξιολόγηση είχε παρόμοια δομή με την αρχική, με διαφορές μόνο στις αριθμητικές πληροφορίες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων.

Ο Πίνακας 2.2. παρουσιάζει ενδεικτικές εικόνες των έργων που συμπεριλήφθηκαν στις τρεις ενότητες του μαθησιακού ελέγχου.

Πίνακας 2.2.: Ενδεικτικά έργα των τριών ενοτήτων του μαθησιακού ελέγχου

Ανάλυση Έργου – Γεωμετρικοί άξονες	Δραστηριότητες στα εργαλεία αρχικής και τελικής αξιολόγησης
Αντίληψη της έννοιας της περιμέτρου και του εμβαδού ως μεγέθη μέτρησης περιγράμματος και επιφάνειας αντίστοιχα	1. Βρες, με τη βοήθεια των γραμμών, την περίμετρο και το εμβαδό των παρακάτω σχημάτων. 
Εύρεση περιμέτρου και εμβαδού με μη τυπικές μονάδες μέτρησης	2. Βρες την περίμετρο των παρακάτω σχημάτων (παρατίθεται παράδειγμα)  Βρες το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων (παρατίθεται παράδειγμα) 
Υπολογισμός περιμέτρου και εμβαδού	3. Υπολόγισε την περίμετρο και το εμβαδόν στο παρακάτω σχήμα 

Το δεύτερο μέρος των αξιολογήσεων περιλάμβανε γνωστικούς ελέγχους με σταθμισμένα εργαλεία. Η οπτικοχωρική ικανότητα αξιολογήθηκε με το Rey-Osterrieth Complex Figure Test (ROCF) (Corwin & Bylsma, 1993; Rey & Osterrieth, 1993), ζητώντας από τους συμμετέχοντες να αντιγράψουν το σύνθετο σχήμα με ακρίβεια, με μέγιστη βαθμολογία 36. Η λεκτική μνήμη εργασίας αξιολογήθηκε με το Rey Auditory Verbal Learning Test (RAVLT) (Rey, 1964), όπου οι συμμετέχοντες ανέτρεχαν σε 10 στάδια ανάκλησης λέξεων με μέγιστη βαθμολογία 75. Και τα δύο εργαλεία έχουν εφαρμοστεί σε μαθητές 11-12 ετών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ (Agaliotis & Ismirlidou, 2018; Vakil et al., 2012).

2.3.2. Ερευνητικός Σχεδιασμός

2.3.2.1. Εκπαιδευτική παρέμβαση της ομάδας ελέγχου

Η εκπαιδευτική παρέμβαση της ομάδας ελέγχου βασίστηκε στο μοντέλο “Στοχευμένης Διδασκαλίας για Ενσυνείδητη Μάθηση” (ΣΔΕΜ), το οποίο έχει αποδειχθεί αποτελεσματικό σε προηγούμενες έρευνες (Agaliotis & Teli, 2016; Aggelopoulos & Agaliotis, 2021; Papadam & Agaliotis, 2024). Το ΣΔΕΜ περιλαμβάνει συστηματική εκτίμηση προαπαιτούμενων γνώσεων, καθορισμό μετρήσιμων στόχων, ενεργή μαθητική συμμετοχή και προσεκτική αξιολόγηση, ενώ εδραιώνεται πάνω στην Άμεση Διδασκαλία και σύμφωνα με πρόσφατες προσεγγίσεις σε συνδυασμό με πολλαπλές αναπαραστάσεις της γνώσης βελτιώνει αποτελεσματικά τις μαθηματικές επιδόσεις των μαθητών με ΗΕΑ (Αγαλιώτης, 2023).

Η ομάδα ελέγχου έλαβε διδασκαλία αποκλειστικά μέσω του μοντέλου ΣΔΕΜ, το οποίο ακολούθησε μια δομημένη προσέγγιση με διακριτά στάδια διδασκαλίας. Κάθε μάθημα περιλάμβανε συγκεκριμένες φάσεις που συνδέονταν με σαφή τρόπο μεταξύ τους, εξασφαλίζοντας έτσι την προοδευτική οικοδόμηση της γνώσης. Στο πρώτο στάδιο διαμορφώθηκαν συγκεκριμένοι γεωμετρικοί στόχοι για κάθε μάθημα, οι οποίοι κοινοποιήθηκαν στους μαθητές πριν την έναρξη της διδασκαλίας (π.χ. οι μαθητές καλούνταν να αναφέρουν το μέγεθος της περιμέτρου σε τουλάχιστον 4 από τα 5 ορθογώνια που εμφανίζονταν, εντός 60 δευτερολέπτων χωρίς λάθη). Στο δεύτερο στάδιο δόθηκε έμφαση στη σύνδεση της νέας γνώσης με τις ήδη αποκτηθείσες γνώσεις των μαθητών μέσω της χρήσης προκαταβολικών οργανωτών, με στόχο τη διευκόλυνση της κατανόησης των ιδιοτήτων των γεωμετρικών μεγεθών. Η εισαγωγή νέας γνώσης στο τρίτο στάδιο έγινε μέσω άμεσης διδασκαλίας, με σαφή παραδείγματα και πολλαπλές αναπαραστάσεις των εννοιών (χειραπτικά υλικά, εικονιστικά μέσα και σύμβολα). Στη συνέχεια, το τέταρτο στάδιο περιλάμβανε την καθοδηγούμενη εξάσκηση των μαθητών, με συνεχή επίβλεψη και άμεση ανατροφοδότηση από τον εκπαιδευτικό, ενώ υπήρχε η δυνατότητα επιστροφής σε προηγούμενα στάδια σε περίπτωση αποτυχίας. Η επαναληπτική επισκόπηση της νέας γνώσης και η ενίσχυση της σύνδεσής της με άλλες έννοιες πραγματοποιήθηκε στο πέμπτο στάδιο. Το έκτο στάδιο αφορούσε την ανεξάρτητη εξάσκηση των μαθητών στη νέα γνώση, ενώ στο έβδομο στάδιο έγινε η τελική αξιολόγηση της επίτευξης των μαθησιακών στόχων και λήφθηκε απόφαση για τη συνέχιση του προγράμματος διδασκαλίας.

Η παρέμβαση περιλάμβανε δώδεκα μαθήματα διάρκειας 30 λεπτών (12 διδακτικές ώρες), πραγματοποιήθηκε σε διάστημα έξι βδομάδων και εφαρμόστηκε σε ομάδες των 3-4 ατόμων. Οι πρώτες έξι ενότητες επικεντρώθηκαν στην απόκτηση των απαραίτητων προαπαιτούμενων γνώσεων για τον υπολογισμό του περιμετρικού και εμβαδικού μεγέθους των βασικών επιπέδων σχημάτων, ενώ οι επόμενες έξι ενότητες κάλυψαν τη λεπτομερή ανάλυση και εφαρμογή εκείνων των στοιχείων των σχημάτων που βοηθούν στην εκτίμηση του μεγέθους τους και στη χρήση τύπου υπολογισμού των μεγεθών τους.

2.3.2.2. Παρέμβαση της πειραματικής ομάδας

Η παρέμβαση στην πειραματική ομάδα συνδύασε το μοντέλο “Στοχευμένης Διδασκαλίας για Συστηματική Μάθηση” (ΣΔΕΜ) με ενίσχυση της οπτικοχωρικής ικανότητας και της λεκτικής μνήμης εργασίας, επεκτείνοντας τη συνολική διάρκεια της παρέμβασης κατά 4 ώρες (2 ώρες για κάθε ενίσχυση), φτάνοντας συνολικά τις 14 διδακτικές ώρες.

Οι οπτικοχωρικές ενισχύσεις εστίασαν στην εξάσκηση της οπτικής και χωρικής επεξεργασίας, αντιμετωπίζοντας ελλείμματα που αναδείχθηκαν στο ROCF. Χρησιμοποιήθηκε το “Τροποποιημένο Σύνθετο Σχήμα του Taylor” (MTCF) (Hubley & Tremblay, 2002), το οποίο βελτιώνει την αναγνώριση σχημάτων με πολλαπλές γωνίες και γραμμές. Έρευνες δείχνουν ότι η εξάσκηση σε σύνθετες οπτικές μορφές όπως το ROCF και το MTCF βοηθά μαθητές με σοβαρά ζητήματα μάθησης ή σύνδρομο ΔΕΠ-Υ να διακρίνουν μικρά και μεγάλα σχήματα και να εκτιμούν μεγέθη πλευρών και επιφανειών (π.χ. Cornoldi et al., 2023). Οι μαθητές εξασκήθηκαν στη διάκριση περιγραμμάτων, την περιστροφή σχημάτων και την αναγνώριση χαρακτηριστικών, ακολουθώντας τις αρχές του ΣΔΕΜ με οργανωτές, καθοδηγούμενη και ανεξάρτητη εξάσκηση, και τελική αξιολόγηση.

Η ενίσχυση της λεκτικής μνήμης εργασίας εφαρμόστηκε με τρεις στρατηγικές: ανάκληση λέξεων μέσω νοητικής εικόνας, δημιουργία ιστορίας με τις ανακαλούμενες λέξεις, και ομαδοποίηση λέξεων με βάση το νόημά τους. Αυτές οι στρατηγικές, που έχουν αποδειχθεί αποτελεσματικές στη βελτίωση μαθηματικής γνώσης μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ, βασίστηκαν σε προτάσεις σχετικών ερευνών (Swansons et al., 2024).

2.4. Στατιστική ανάλυση αποτελεσμάτων

Οι έλεγχοι Shapiro-Wilk έδειξαν μη κανονική κατανομή για κάποιες μεταβλητές, οδηγώντας στη χρήση μη παραμετρικών ελέγχων (Mann-Whitney U, Kruskal-Wallis, Wilcoxon Signed Rank). Το μέγεθος επίδρασης των παρεμβάσεων και οι διαφορές μεταξύ τους υπολογίστηκαν με τον τύπο $r = Z/\sqrt{N}$, όπου N το συνολικό δείγμα και Z η τυποποιημένη απόκλιση από τον μέσο όρο. Με δύο ομάδες των 25 μαθητών ($N=50$), η τιμή $r=0.62$ έδειξε υψηλή επίδραση των προγραμμάτων. Επίσης, η ανάλυση ισχύος φανέρωσε υψηλή στατιστική ισχύ (0.98), με μόνο 2% πιθανότητα Σφάλματος Τύπου II (Lan & Lian, 2010). Το μέγεθος δείγματος (n) υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας τον τύπο $n = (Z_{\alpha/2} + Z_b)^2 / d$, όπου $Z_{\alpha/2}$ είναι η κρίσιμη τιμή z για το $\alpha/2$, Z_b είναι η τιμή z για την παρατηρηθείσα ισχύ (0.98)

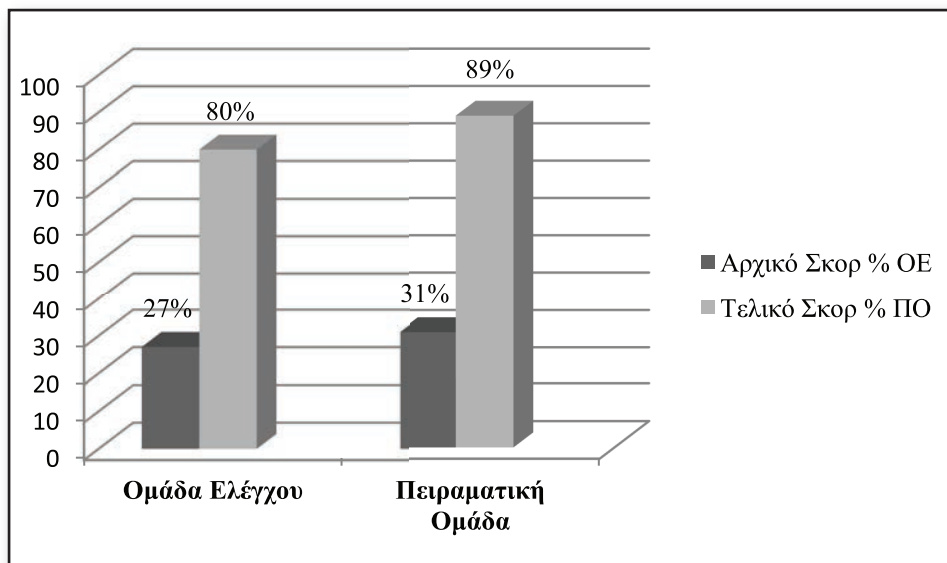
και d είναι το συνολικό μέγεθος επίδρασης (0.62). Το υπολογισμένο μέγεθος δείγματος ήταν περίπου 24, υποδεικνύοντας ότι τουλάχιστον 24 συμμετέχοντες (12 ανά ομάδα) απαιτούνται για την επίτευξη ισχύος 0.98 με μέγεθος επίδρασης 0.62 και δίπλευρη δοκιμή σε επίπεδο σημαντικότητας 0.05.

3. Αποτελέσματα

Η αρχική αξιολόγηση δεν ανέδειξε στατιστικά σημαντικές διαφορές στις επιδόσεις των δύο ομάδων διδασκαλίας ούτε στον μαθησιακό έλεγχο για την περίμετρο και το εμβαδόν ($U = 213.000$, $z = -0.525$, $p = 0.659$) ούτε στον γνωστικό έλεγχο της οπτικοχωρικής ικανότητας ($U = 281.000$, $z = -0.589$, $p = 0.519$) αλλά ούτε και στον έλεγχο της λεκτικής μνήμης εργασίας ($U = 253.000$, $z = -0.125$, $p = 0.559$). Συνεπώς, οι πιθανές διαφορές μεταξύ των επιδόσεων πριν και μετά την παρέμβαση μπορούν να αποδοθούν στις ίδιες τις παρεμβάσεις και όχι σε ανισότητες μεταξύ των ομάδων πριν την παρέμβαση.

Τα αποτελέσματα της τελικής αξιολόγησης ανέδειξαν πως τόσο η ομάδα ελέγχου (ΟΕ) ($z = -4.381$, $p = 0.000$, $r = 0.62$) όσο και η πειραματική (ΠΟ) ($z = -4.394$, $p = 0.000$, $r = 0.62$) εμφάνισαν στατιστικά σημαντικά καλύτερη επίδοση στις δοκιμασίες μετα-ελέγχου σε σχέση με τον αρχικό έλεγχο, όπως αναδεικνύει το Γράφημα 1. Το μέγεθος επίδρασης της παρέμβασης τόσο στην ΟΕ όσο και την ΠΟ ήταν ακριβώς το ίδιο $r = 0.62$, πράγμα που αναδεικνύει πολύ υψηλή επίδραση και στις δύο περιπτώσεις.

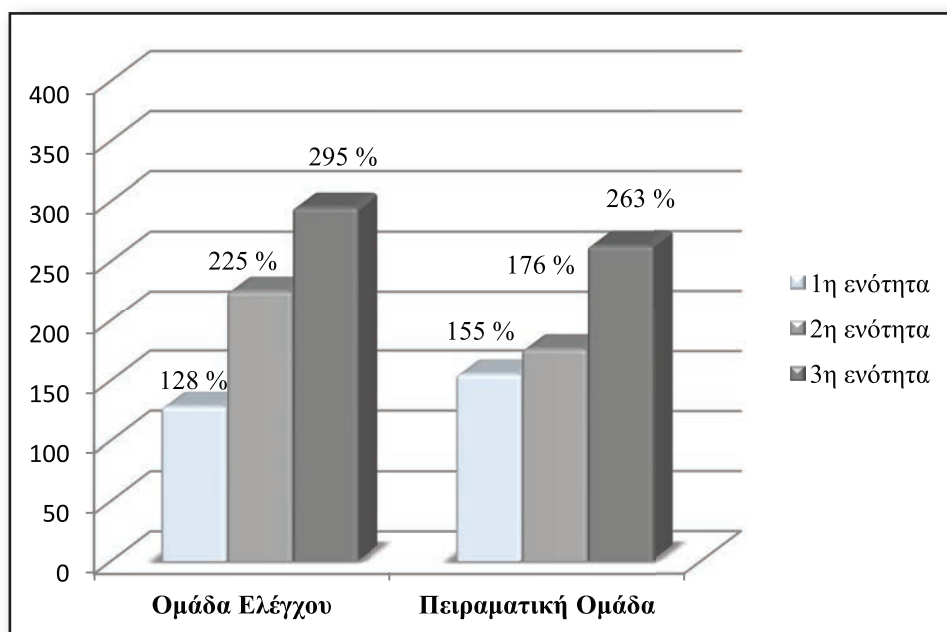
Γράφημα 3.1. Συνολική αρχική και τελική επίδοσης ομάδας ελέγχου και πειραματικής ομάδας



Οι επαγωγικοί έλεγχοι έδειξαν πως οι συνολικές επιδόσεις της ΟΕ και της ΠΟ μετά τις παρεμβάσεις δεν διέφεραν στατιστικά σημαντικά ($U=125.000$, $z=-3.891$, $p=0.348$), πράγμα το οποίο φανερώνει πως η προσθήκη γνωστικών ενισχύσεων ευνόησε μεν τους συμμετέχοντες της ΠΟ στην επίλυση έργων με περίμετρο και εμβαδόν αλλά δεν άλλαξε σημαντικά τις επιδόσεις τους σε σχέση με τα παιδιά των οποίων η υποστήριξη βασίστηκε αποκλειστικά στο μοντέλο ΣΔΕΜ. Ο Πίνακας 3.1. εμφανίζει αναλυτικά τις αρχικές και τελικές επιδόσεις των μαθητών της ΟΕ και της ΠΟ αλλά και τα μεγέθη επίδρασης των παρεμβάσεων σε κάθε ενότητα, ενώ το Γράφημα 3.2. αναδεικνύει πως η βελτίωση της επίδοσης ξεπέρασε το 100% σε όλα τα έργα και στις δύο ομάδες, υποδηλώνοντας διπλάσια αύξηση στην αρχική τους επίδοση. Η τάση αυτή διατηρήθηκε σταθερή σε όλες τις μετρήσεις του μεγέθους της επίδρασης.

Πίνακας 3.1. Συνολικές αρχικές και τελικές επιδόσεις της ΟΕ και της ΠΟ στις τρεις ενότητες

Ενότητες μαθησιακού ελέγχου	Ομάδα Ελέγχου			Πειραματική Ομάδα		
	Πριν	Μετά	Μέγεθος επίδρασης	Πριν	Μετά	Μέγεθος επίδρασης
Επιλογή ενέργειας εύρεσης περιμέτρου & εμβαδού	2.00 (1.00)	4.56 (0.65)	0.67	1.96 (0.93)	5.00 (0.00)	0.63
Χρήση τυπικών & μη τυπικών μονάδων μέτρησης περιμέτρου κι εμβαδού	1.28 (1.02)	4.16 (0.54)	0.61	1.68 (0.63)	4.64 (0.57)	0.62
Υπολογισμός περιμέτρου κι εμβαδού	0.84 (0.62)	3.32 (1.14)	0.61	1.08 (0.86)	3.92 (1.15)	0.62

Γράφημα 3.2. Βαθμός βελτίωσης τελικής επίδοσης ΟΕ και ΠΟ επί τοις εκατό

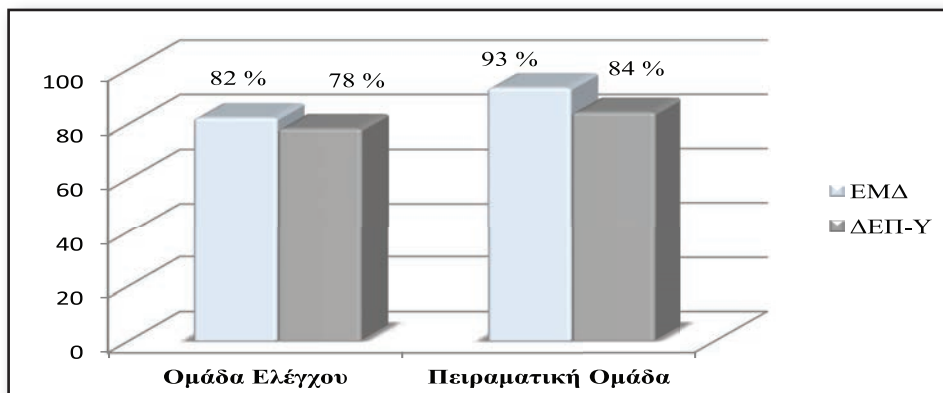
Παρόλη την απουσία σημαντικών διαφοροποιήσεων στο σύνολο των συμμετεχόντων της ΟΕ και της ΠΟ, οι δια-ομαδικές συγκρίσεις ως προς το είδος της εκπαιδευτικής ανάγκης των συμμετεχόντων ανέδειξαν πως οι μαθητές με ΕΜΔ της ΠΟ σημείωσαν στατιστικά σημαντικά υψηλότερο συνολικό σκορ σε σχέση με τους μαθητές της ίδια κατηγορίας ΗΕΑ της ΟΕ ($U=147.000$, $z=-3,719$, $p=0,031$). Αντίθετα, δεν σημειώθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά στις συνολικές επιδόσεις των μαθητών με ΔΕΠ-Υ της ΟΕ και της ΠΟ ($U=147.000$, $z=-3,719$, $p=0,081$). Ο Πίνακας 3.2 παρουσιάζει τις επιδόσεις και τα αποτελέσματα των επαγωγικών ελέγχων για τις επιμέρους ενότητες στις οποίες εξετάστηκαν οι συμμετέχοντες και αναδεικνύει πως οι μαθητές με ΕΜΔ βοηθήθηκαν στατιστικά σημαντικά από τον συνδυασμό της ΣΔΕΜ με την προσθήκη ενίσχυσης στην οπτικοχωρική ικανότητα και τη λεκτική μνήμη εργασίας τόσο στην χρήση τυπικών και άτυπων μονάδων μέτρησης περιμέτρου και εμβαδού όσο και στον υπολογισμό τους.

Πίνακας 3.2. Συγκριτική παρουσίαση τελικών επιδόσεων συμμετεχόντων με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ της ΟΕ και της ΠΟ

Ενότητες μαθησιακού ελέγχου	Μαθητές με ΕΜΔ			ΔΕΠ-Υ		
	Τελικό σκορ ΟΕ	Τελικό σκορ ΠΟ	<i>p-value</i>	Τελικό σκορ ΟΕ	Τελικό σκορ ΠΟ	<i>p-value</i>
Επιλογή ενέργειας εύρεσης περιμέτρου & εμβαδού	4.67 (0.93)	5.00 (0.65)	0.081	4.81 (0.83)	5.00 (0.00)	0.120
Χρήση τυπικών & μη τυπικών μονάδων μέτρησης περιμέτρου κι εμβαδού	3.06 (1.12)	4.48 (0.52)	0.038	4.28 (0.63)	4.34 (0.57)	0.134
Υπολογισμός περιμέτρου κι εμβαδού	2.99 (0.61)	3.31 (1.13)	0.042	2.21 (0.83)	2.89 (0.78)	0.091

Οι ενδο-ομαδικές συγκρίσεις στην ΟΕ ανέδειξαν πως οι επιδόσεις των μαθητών με ΕΜΔ και οι αντίστοιχες των μαθητών με ΔΕΠ-Υ μετά τις παρεμβάσεις δεν διέφεραν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους ($U=183.000$, $z=-3852$, $p=0,093$). Ωστόσο, οι επιδόσεις των μαθητών με ΕΜΔ της ΠΟ ήταν στατιστικά σημαντικά υψηλότερες από τις επιδόσεις των μαθητών με ΔΕΠ-Υ ($U=191.000$, $z=-3,932$, $p=0,043$), πράγμα που επιβεβαιώνουν και τα ποσοστά επιτυχίας επί τοις εκατό των τελικών επιδόσεων των μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ που παρουσιάζει το Γράφημα 3.3.

Γράφημα 3.3. Συγκριτική παρουσίαση τελικής επίδοσης μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ επί τοις εκατό



4. Συζήτηση αποτελεσμάτων

Η παρούσα έρευνα εξέτασε την αποδοτικότητα του μοντέλου ΣΔΕΜ και την πιθανή διαφοροποίηση του βαθμού επίδρασής του στη γεωμετρική επίδοση των μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ εξαιτίας του συνδυασμού του με γνωστικές ενισχύσεις. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τόσο η ομάδα ελέγχου, που έλαβε αποκλειστικά το πρόγραμμα μέσω ΣΔΕΜ, όσο και η πειραματική ομάδα, που έλαβε το ίδιο πρόγραμμα με πρόσθετες στρατηγικές για την ενίσχυση της οπτικοχωρικής ικανότητας και της λεκτικής μνήμης εργασίας, παρουσίασαν στατιστικά σημαντική βελτίωση στη διαχείριση των γεωμετρικών εννοιών της περιμέτρου και του εμβαδού. Ωστόσο, δεν βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στις τελικές επιδόσεις μεταξύ των δύο ομάδων, υποδεικνύοντας ότι και οι δύο προσεγγίσεις ήταν εξίσου αποτελεσματικές.

Τα ευρήματα της μελέτης: α) ευθυγραμμίζονται με αντίστοιχα δεδομένα τα οποία έχουν επισημάνει τη χρησιμότητα του συγκεκριμένου διδακτικού μοντέλου για τη βελτίωση της μαθηματική επίδοσης μαθητών με ΕΜΔ, ΔΕΠ-Υ κι άλλες ΗΕΑ (Agaliotis & Teli, 2016; Aggelopoulos & Agaliotis, 2021; Papadam & Agaliotis, 2024) και β) προάγουν τη ΣΔΕΜ ως πρόταση με ισχυρή διδακτική αξία στη γεωμετρία. Οι μεθοδολογικές επιλογές που υιοθετήθηκαν για την οργάνωση της διδασκαλίας μέσω του μοντέλου ΣΔΕΜ αναδεικνύουν την αποτελεσματικότητα των εφαρμογών που συνδυάζουν την άμεση και ρητή διδασκαλία και κάνουν τη γεωμετρική γνώση πιο σαφή, βοηθώντας τους μαθητές να αναπτύξουν τις γεωμετρικές τους δεξιότητες σχετικά με την αντίληψη και τον υπολογισμό γεωμετρικών μεγεθών με πιο συστηματικό και σταδιακό τρόπο, πράγμα ιδιαίτερα σημαντικό αν ληφθούν υπόψη τα ελλείμματα των μαθητών με ΗΕΑ στην εκτίμηση και τη μέτρηση συνολικού μήκους ή επιφάνειας (Morris et al., 2022). Μία από τις σημαντικότερες εφαρμογές που βασίζεται στη ρητή διδασκαλία και αξιοποιήθηκε και στην παρούσα μελέτη ήταν αυτή των πολλαπλών αναπαραστατικών μέσων η οποία αποδείχθηκε ότι διευκολύνει την παροχή γεωμετρικών πληροφοριών για τα μεγέθη περιγράμματος και επιφάνειας και βοηθά τους μαθητές να περάσουν από τις συγκεκριμένες αναπαραστάσεις για τα επίπεδα σχήματα και τα μεγέθη τους σε ημι-αφηρημένες και τελικά αφηρημένες έννοιες, ενισχύοντας έτσι την εννοιολογική και διαδικαστική τους κατανόηση, η οποία συνηθίζεται να παρακωλύεται από το προφίλ δυσκολιών που παρουσιάζουν οι μαθητές με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ κατά την επαφή τους με τη γεωμετρία (Bergsotrom & Zhang, 2016; Satsangi & Bouck, 2015).

Στο ίδιο πλαίσιο, η δομημένη παροχή της γεωμετρικής γνώσης σε αλληλένδετα στάδια συνοδευόμενη από σαφείς διδακτικούς στόχους και ενεργοποίηση προϋπάρχουσας γνώσης φάνηκε πως δημιουργεί ένα ευνοϊκό μαθησιακό περιβάλλον για την επαφή με την περιμετρική και εμβαδική έννοια. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την καθοδήγηση και την ανατροφοδότηση μέσω ανακεφαλαιωτικών ασκήσεων, προάγει τη διδακτική αξία του ΣΔΕΜ και εξασφαλίζει ότι οι μαθητές αναπτύσσουν σταδιακά τις δεξιότητές τους, αποφεύγοντας μαθησιακά κενά (Jablonski & Ludwig, 2023). Κάτι τέτοιο λαμβάνει μεγάλη σημασία για το μελετώμενο θέμα δεδομένου ότι για τους μαθητές με ΗΕΑ οι δυσκολίες στην

κατανόηση της περιμέτρου και του εμβαδού σχετίζονται με ελλειπείς προαπαιτούμενες αριθμητικές ή γεωμετρικές γνώσεις, μη ολοκληρωμένα γνωστικά σχήματα και ήπια αναπτυγμένες χωρικές δεξιότητες (Almeida & DeLuca, 2023; Liu et al., 2021). Η διαδοχική προσέγγιση εξασφαλίζει συνολικά ότι οι μαθητές κατανοούν πλήρως κάθε στάδιο πριν προχωρήσουν στο επόμενο, πράγμα ιδιαίτερα σημαντικό εξαιτίας της φύσης και των δυσκολιών που απορρέουν από τη διδασκαλία γεωμετρικών μεγεθών (Kozulin & Kazaz, 2016). Τα εν λόγω αποτελέσματα παρέχουν θετικές απαντήσεις στο πρώτο ερευνητικό ερώτημα, υποδεικνύοντας την αποδοτικότητα του μοντέλου ΣΔΕΜ στην ενίσχυση της γεωμετρικής επίδοσης των μαθητών σε εργασίες που σχετίζονται με την κατανόηση, τον υπολογισμό και τη χρήση μονάδων μέτρησης για την περίμετρο και το εμβαδόν.

Η απουσία στατιστικά σημαντικών διαφορών στις τελικές επιδόσεις μεταξύ της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας υποδηλώνει ότι η επίδραση του μοντέλου ΣΔΕΜ, όταν χρησιμοποιείται αυτόνομα, είναι ισοδύναμη με την επίδραση του συνδυασμού της ΣΔΕΜ με ενισχύσεις στην οπτικοχωρική ικανότητα και τη λεκτική μνήμη εργασίας. Αυτό το εύρημα απαντά αρνητικά στο δεύτερο ερευνητικό ερώτημα της μελέτης, υποδεικνύοντας ότι οι γνωστικές ενισχύσεις δεν προσέφεραν περαιτέρω βελτίωση στις επιδόσεις. Η εν λόγω διαπίστωση δεν αποκλείεται να φανερώνει πως συνολικά σε επίπεδο ομάδας ήταν δύσκολο να ξεπεραστεί η -ούτως ή άλλως- πολύ υψηλή επίδραση της ΣΔΕΜ με την προσθήκη απλών γνωστικών ενισχύσεων. Μια πιθανή εξήγηση θα μπορούσε να είναι πως η εκπαίδευση σε οπτικοχωρικούς και λεκτικο-μνημονικούς γνωστικούς παράγοντες πιθανά δεν μπορούσε να ταιριάζει ακριβώς στις οπτικοχωρικές ανάγκες όλων των συμμετεχόντων της πειραματικής ομάδας, χωρίς ωστόσο αυτό να σημαίνει πως μεμονωμένοι μαθητές, κυρίως με ΕΜΔ, δεν επωφελήθηκαν σοβαρά. Παρόμοια ευρήματα αναφέρουν οι ερευνητές για την περίπτωση διδασκαλίας των ιδιοτήτων επιπέδων σχημάτων αλλά και στερεών σωμάτων όπου και πάλι διαπιστώθηκε πως η παροχή οπτικοχωρικής ενδυνάμωσης δεν επιφέρει σημαντική αλλαγή στην επίδραση της ΣΔΕΜ σε μαθητές με ΗΕΑ (Papadam & Agaliotis, 2024).

Από την άλλη, συναφή δεδομένα παρουσιάζουν κι άλλες έρευνες βάσει των οποίων πρόσθετες γνωστικές στρατηγικές είναι μεν αποδοτικές στη διδασκαλία της ανάγνωσης αλλά και αριθμητικών δεξιοτήτων σε μαθητές με ΕΜΔ, ήπια νοητική αναπηρία και χαμηλή επίδοση, αλλά δεν μπορούν να ενισχύσουν σε τέτοιο βαθμό τη ΣΔΕΜ, ώστε να προκαλέσουν στατιστική σημαντικότητα στο αποτέλεσμα της επίδρασής της (Teli & Agaliotis, 2016; Papadam & Agaliotis, 2024). Αξίζει να σημειωθεί πως έχει ιδιαίτερη αξία για το θέμα που μελετάται το γεγονός ότι η ΣΔΕΜ μπορεί να επιφέρει σε τέτοιο βαθμό υψηλές αποδόσεις στη διδασκαλία των γεωμετρικών μεγεθών που να μειώσει αισθητά την ανάγκη για συστηματική γνωστική ενεργοποίηση και ενδυνάμωση των μαθητών, άποψη υπέρ της οποίας ούτως ή άλλως τάσσονται έρευνες αναγνωρίζοντας μεν την αξία της γνωστικής ενδυνάμωσης για μαθητές με ΗΕΑ στη γεωμετρία αλλά περιορίζοντας την διδακτική σημασία τους έναντι εξειδικευμένων διδακτικών μεθόδων και στρατηγικών (Mammarella et al., 2019).

Παρόλη, ωστόσο, την απουσία στατιστικής σημαντικότητας στις διαφορές της επίδοσης του συνόλου των συμμετεχόντων της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας, τα αποτελέσματα δια-ομαδικών και ενδο-ομαδικών συγκρίσεων φανέρωσαν ορισμένες διαφορές μεταξύ των υπο-ομάδων των συμμετεχόντων σε σχέση με τον τρόπο που διδάχθηκαν, δεδομένα που προσφέρουν απαντήσεις στο τρίτο ερευνητικό ερώτημα της μελέτης. Συγκεκριμένα, η υπεροχή των μαθητών με ΕΜΔ της πειραματικής ομάδας έναντι των μαθητών με ΕΜΔ της ομάδας ελέγχου αλλά και η υπεροχή των μαθητών με ΕΜΔ της πειραματικής ομάδας από τους αντίστοιχους συμμετέχοντες με ΔΕΠ-Υ της ίδιας ομάδας καταδεικνύουν ότι ορισμένοι μαθητές με εξειδικευμένα μαθησιακά ζητήματα πιθανότατα επωφεληθήκαν σοβαρά από τη γνωστική ενδυνάμωση, η οποία σε συνδυασμό με τα διαδοχικά στάδια της ΣΔΕΜ, την συνεπή προσφορά της γνώσης και τις πολλαπλές αναπαραστάσεις έδειξε να είναι επικερδής και να μετατρέπει σε πιο εύληπτες τις πληροφορίες για τα δύο βασικά γεωμετρικά μεγέθη. Το συγκεκριμένο εύρημα πιθανά εξηγούν δεδομένα ερευνών κατά τα οποία η ενίσχυση της οπτικοχωρικής ικανότητας, η οποία συνδέεται με την ικανότητα χειρισμού και κατανόησης σχημάτων και σχέσεων στον χώρο, βοηθά τους μαθητές με ΕΜΔ να περιορίζουν τις συνέπειες των οπτικοχωρικών αντιληπτικών τους δυσκολιών και να αντιλαμβάνονται καλύτερα γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ των σχημάτων καθώς και τη μέτρηση του χώρου που καταλαμβάνουν όπως είναι η περίμετρος και το εμβαδόν (Zhang, 2022). Από την άλλη, το παρόν εύρημα συμπίπτει με διαπιστώσεις ερευνών κατά τους οποίους η ενδυνάμωση της λεκτικής μνήμης εργασίας ενθαρρύνει τους μαθητές με ΕΜΔ να διατηρούν και να χειρίζονται αριθμητικές πληροφορίες (π.χ. αριθμός πλευρών ή αριθμητικές διαδικασίες υπολογισμού) για να επιλύουν γεωμετρικά προβλήματα (Mammarella et al., 2021).

Κάποιοι από τους λόγους εξαιτίας των οποίων ο συνδυασμός γνωστικής ενδυνάμωσης και μοντέλων άμεσης διδασκαλίας είναι ιδιαίτερα αποδοτικός για τους μαθητές με ΕΜΔ, μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι οι σχέσεις μεταξύ σχημάτων, όπως ο χώρος που καταλαμβάνουν και τα μήκη των πλευρών τους, κατανοούνται καλύτερα από τους συγκεκριμένους μαθητές όταν η παροχή της γνώσης συνδυάζεται με οπτική και χωρική εξάσκηση για τον περιορισμό των δυσκολιών τους στην οπτική και χωρική διάκριση και την ακριβέστερη επεξεργασία του χωρικού πλαισίου (Rivella et al., 2021). Αντίστοιχα, ο συνδυασμός εξάσκησης στη λεκτική μνήμη εργασίας, η οποία συχνά υπολείπεται σε μαθητές με ΕΜΔ, και δομημένης παροχής της γνώσης επιτρέπει στη συγκεκριμένη μαθητική ομάδα να συγκρατεί και να επεξεργάζεται πολλές πληροφορίες ταυτόχρονα, όπως τα δεδομένα των πλευρών και οι αντίστοιχες μονάδες μέτρησης, κάτι που είναι κρίσιμο για τον υπολογισμό της περιμέτρου και του εμβαδού (Mammarella et al., 2019).

Αντίθετα, η γνωστική ενδυνάμωση δεν έδειξε να καθορίζει σημαντικά την επίδραση του μοντέλου ΣΔΕΜ στη γεωμετρική απόδοση των μαθητών με ΔΕΠ-Υ, καθώς τόσο με όσο και χωρίς ενίσχυση της οπτικοχωρικής ικανότητας και της λεκτικής μνήμης εργασίας η βελτίωση των μαθητών ήταν σημαντική και δεν εμφάνιζε διαφορές μεταξύ ομάδας ελέγχου

και πειραματικής. Το παρόν εύρημα πιθανά δικαιολογείται από το γεγονός ότι στην περίπτωση των μαθητών με ΔΕΠ-Υ, η ρητή καθοδήγηση, η παροχή πολλαπλών παραδειγμάτων και η ανατροφοδότηση συνιστούν μεθόδους που διευκολύνουν την αυτορρύθμιση της συμπεριφοράς τους κατά την επίλυση γεωμετρικών έργων ή κατά την ενασχόληση με γεωμετρικά παιχνίδια και βελτιώνουν την ικανότητά τους να ακολουθούν πολυβήματα προβλήματα, χωρίς την ανάγκη για ειδικές γνωστικές ενισχύσεις, όπως η ενίσχυση της οπτικοχωρικής ικανότητας (Witzel, 2024). Αυτό ενισχύεται από ευρήματα που δείχνουν ότι τα παιδιά με ΔΕΠ-Υ, εξαιτίας των διάχυτων ζητημάτων στην εστίαση της προσοχής, επωφελούνται κυρίως από τη δομημένη διδασκαλία, η οποία μειώνει την πολυπλοκότητα της μαθησιακής διαδικασίας, προσφέρει βήμα-βήμα καθοδήγηση και περιορίζει τις πολλαπλές απαιτήσεις επεξεργασίας των σύνθετων γεωμετρικών έργων (Baker, 2008).

Συνολικά, τα ευρήματα της μελέτης παρέχουν σημαντικές πληροφορίες για την υποστήριξη των μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ στην προσπάθειά τους να αντιληφθούν τα δύο βασικά γεωμετρικά μεγέθη της περιμέτρου και του εμβαδού. Σε γενικότερο πλαίσιο καταδεικνύεται πως η ΣΔΕΜ είναι μια αποτελεσματική μέθοδος για τη βελτίωση της γεωμετρικής επίδοσης και στις δύο ομάδες μαθητών, υποδεικνύοντας ότι οι δύο ομάδες είναι εφικτό να συνεκπαιδούνται με κοινά προγράμματα διδασκαλίας. Η ήπια υπεροχή του συνδυασμού ΣΔΕΜ και γνωστικής ενίσχυσης μπορεί να παρέχει σημαντικά εναύσματα για τη διαφοροποίηση της διδασκαλίας όταν επρόκειτο για μαθητές με ΕΜΔ, ενώ η απουσία διαφορών από τους δύο διδακτικούς συνδυασμούς στην περίπτωση των μαθητών με ΔΕΠ-Υ υπογραμμίζει τη σημασία κατακερματισμού της γεωμετρικής γνώσης για τη διαχείριση των ελλειμμάτων προσοχής των εν λόγω παιδιών και περιορίζει την ανάγκη επέκτασης του διδακτικού έργου των σύγχρονων εκπαιδευτικών στη γνωστική ενεργοποίηση της συγκεκριμένης ομάδας μαθητών.

Ο μικρό αριθμός συμμετεχόντων και η απουσία διευκρινίσεων για τις υπο-κατηγορίες της ειδικής ανάγκης τόσο στην περίπτωση των μαθητών με ΕΜΔ όσο και ΔΕΠ-Υ περιορίζουν ως ένα βαθμό τη γενίκευση των αποτελεσμάτων της παρούσας μελέτης. Η επιβεβαίωση, ωστόσο, των αποτελεσμάτων της παρούσας έρευνας από μελλοντικές προσπάθειες πρόκειται να άρει τους εν λόγω περιορισμούς, να ενισχύσει την εκπαιδευτική πράξη και να επιφέρει σημαντικά στοιχεία για την εκπαιδευτική ένταξη μαθητών με ΕΜΔ ή ΔΕΠ-Υ σε σύνθετες έννοιες του γεωμετρικού μαθήματος.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Αγαλιώτης, Ι. (2012) *Εκπαιδευτική αξιολόγηση μαθητών με δυσκολίες μάθησης και προσαρμογής: Το αξιολογικό σύστημα μαθησιακών αναγκών*. Γρηγόρης.
- Αγαλιώτης, Ι. (2023) *Αποτελεσματική διδασκαλία Μαθηματικών σε μαθητές με δυσκολίες σχολικής μάθησης και προσαρμογής – Αξιολόγηση και σε Παρέμβαση στη γενική τάξη και σε μονάδες ειδικής αγωγής*. Γρηγόρης.

- Αγαλιώτης, Ι., Κόιου, Ε. & Χρυσικού, Β. (2011) Διδάσκοντας Γεωμετρία σε μαθητές με ήπιες εκπαιδευτικές ανάγκες: Γνωστική ανάλυση και διδακτική διαχείριση συστηματικών λαθών. Στο Δ. Γουδήρας (Επιμ.), *ΙΔ' Διεθνές Συνέδριο Παιδαγωγικής Εταιρείας Ελλάδος «Εκπαίδευση ατόμων με ειδικές ανάγκες: Μια πρόκληση για το σχολείο και την κοινωνία»* (σελ. 504–520). Πανεπιστήμιο Μακεδονίας.
- Agaliotis, I. & Ismirlidou, E. (2018) Comparison of students with non-verbal learning disabilities and students with Asperger syndrome in solving word arithmetic problems. *European Journal of Special Education Research*. 3(3), 27-48.
- Agaliotis, I. & Teli, A. (2016) Teaching arithmetic combinations of multiplication and division to students with learning disabilities or mild intellectual disability: The impact of alternative fact grouping and the role of cognitive and learning factors. *Journal of Education and Learning*, 5(4), 90-103.
- Aggelopoulos, S. & Agaliotis, I. (2021) Effective teaching of cognitive schema of subtraction problems to students with specific learning disabilities using multiple ways of representing knowledge. *Psychology: The Journal of the Hellenic Psychological Society*, 26(1), 160-168.
- AL-salahat, M. M. S. (2022) The effect of using concrete-representational-abstract sequence in teaching the perimeter of geometric shapes for students with learning disabilities. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 10(2), 477-493.
- Almeida, P. & DeLuca, M. (2023) *Cognitive barriers in mathematical concept formation: A study on perimeter and area understanding*. *International Journal of Mathematical Education*, 38(1), 45-67.
- Archer, A. L. & Hughes, C. A. (2010) *Explicit instruction: Effective and efficient teaching*. Guilford Publications.
- Baker, M. (2008, November) Merging technology & mathematics instruction: The case of virtual manipulatives & geometric concepts. In *E-Learn: World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education* (pp. 566-573). Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).
- Battista, M. T. (1990) Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for research in mathematics education*, 21(1), 47-60.
- Bergstrom, C. & Zhang, D. (2016) Geometry interventions for K-12 students with and without disabilities: A research synthesis. *International Journal of Educational Research*, 80, 134-154.
- Brown, S. & Wilson, T. (2023) *Cognitive deficits in learning mathematics*. *Educational Psychology Review*, 45(2), 123-145.

- Cass, M., Cates, D., Smith, M. & Jackson, C. (2003) Effects of manipulative instruction on solving area and perimeter problems by students with learning disabilities. *Learning disabilities research & practice*, 18(2), 112-120.
- Cawley, J. F., Foley, T. E. & Hayes, A. M. (2009) Geometry and Measurement: A Discussion of Status and Content Options for Elementary School Students with Learning Disabilities. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 7(1), 21-42.
- Chen, Y. (2023) Does students' evaluation of teaching improve teaching quality? Improvement versus the reversal effect. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 48(8), 1195-1207.
- Cook, B. G., Fleming, J. I., Hart, S. A., Lane, K. L., Therrien, W. J., Van Dijk, W. & Wilson, S. E. (2022) A how-to guide for open-science practices in special education research. *Remedial and Special Education*, 43(4), 270-280.
- Cornoldi, C., Giofrè, D. & Toffalini, E. (2023) Cognitive characteristics of intellectually gifted children with a diagnosis of ADHD. *Intelligence*, 97, 101736.
- Corwin, J. & Bylsma, F. W. (1993) Psychological examination of traumatic encephalopathy. *The Clinical Neuropsychologist*, 7(1), 3-21.
- Cragg, L., Keeble, S., Richardson, S., Roome, H. E. & Gilmore, C. (2017) Direct and indirect influences of executive functions on mathematics achievement. *Cognition*, 162, 12-26.
- Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2017) *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Sage publications.
- Dobbins, A., Gagnon, S. G. & Ulrich, T. (2013) *Geometry performance in children with ADHD: The role of executive function and working memory*. *Journal of Educational Research*, 106(3), 215-228.
- Eason, A. & Clegg, V. (2023) Research Methodologies: Research Who?. In *A Police Officer's Guide to Academic Research* (pp. 57-71). Cham: Springer International Publishing.
- Fuchs, L., Fuchs, D., Seethaler, P. M. & Barnes, M. A. (2020) Addressing the role of working memory in mathematical word-problem solving when designing intervention for struggling learners. *ZDM*, 52, 87-96.
- Green, N., Smith, A. & Taylor, R. (2023) *Mathematical reasoning and spatial awareness in geometry education*. *Educational Research Journal*, 45(2), 123-145.
- Güven, D. & Argün, Z. (2022) Mathematical language of students with learning disabilities in the context of length. *Athens Journal of Education*, 9(1).
- Hattie, J. (2012) *Visible learning for teachers: Maximizing impact on learning*. Routledge
- Horner, R. H. & Odom, S. L. (2014) Constructing single-case research designs: Logic and options. In T. R. Kratochwill & J. R. Levin (Eds.), *Single-case intervention research: Methodological and data-analysis advances* (pp. 27-52). Washington: American Psychological Association.

- Huang, Z., Wang, R., Li, X., Liu, W., Shan, S., Van Gool, L. & Chen, X. (2017) Geometry-aware similarity learning on SPD manifolds for visual recognition. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 28(10), 2513-2523.
- Hubley, A. M. & Tremblay, D. (2002) Comparability of total score performance on the Rey–Osterrieth complex figure and a modified Taylor complex figure. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 24(3), 370-382.
- Jablonski, S. & Ludwig, M. (2023) Teaching and Learning of Geometry—A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice. *Education sciences*, 13(7), 682.
- Kang, C. & Zentall, S. S. (2011) *Geometrical reasoning and ADHD: Problem-solving strategies and instructional interventions*. *Journal of Learning Disabilities*, 44(2), 145-157.
- Kozulin, A. & Kazaz, S. (2017) Developing the concept of perimeter and area in students with learning disabilities (LD). *European Journal of Psychology of Education*, 32, 353-366.
- Lan, L., Wargocki, P. & Lian, Z. (2014) Thermal effects on human performance in office environment measured by integrating task speed and accuracy. *Applied ergonomics*, 45(3), 490-495.
- Liang, Z., Dong, P., Zhou, Y., Feng, S. & Zhang, Q. (2022) Whether verbal and visuospatial working memory play different roles in pupil's mathematical abilities. *British Journal of Educational Psychology*, 92(2), 409-424.
- Liu, M., Bryant, D. P., Kiru, E. & Nozari, M. (2021) Geometry interventions for students with learning disabilities: A research synthesis. *Learning Disability Quarterly*, 44(1), 23-34.
- Mammarella, I. C., Cardillo, R. & Zocante, L. (2019) Differences in visuospatial processing in individuals with nonverbal learning disability or autism spectrum disorder without intellectual disability. *Neuropsychology*, 33(1), 123.
- Mammarella, I. C. & Cornoldi, C. (2020) Nonverbal learning disability (developmental visuospatial disorder). In *Handbook of clinical neurology* (Vol. 174, pp. 83-91). Elsevier.
- Mammarella, I. C., Toffalini, E., Caviola, S., Colling, L. & Szűcs, D. (2021) No evidence for a core deficit in developmental dyscalculia or mathematical learning disabilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 62(6), 704-714.
- Machaba, F. M. (2016) The concepts of area and perimeter: Insights and misconceptions of Grade 10 learners. *Pythagoras*, 37(1), 1-11.
- Morris, S., Farran, E. K. & Gilligan-Lee, K. A. (2024) Exploring relative strengths in people with Down syndrome: Spatial thinking and its role in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 246, 105986.
- Ovez, D. F. T. (2012) The Effect Of The 4MAT Model on Student's Algebra Achievements and Level of Reaching Attainments". *Int. J. Contemp. Math. Sciences*, 7(45), 2197-2205.
- Papadam, M. & Agaliotis, I. (2024) The effect of using the concrete-representational-abstract (CRA) sequence in teaching properties of the four basic geometric shapes to students

- with attention deficit hyperactivity disorder. In *EDULEARN24 Proceedings* (pp. 998-1004). IATED.
- Patkin, D. (2014) *The Global Van Hiele Questionnaire as a Tool for Mapping Geometric Thinking Levels*. *Journal of Mathematical Behavior*, 36, 52-64. doi:10.1016/j.jmathb.2014.03.001
- Rebello, N. S. & Wieman, C. E. (2011) Cognitive Frameworks for the Teaching and Learning of Physics. *American Journal of Physics*, 79(5), 472-478. doi:10.1119/1.3549308
- Rey, A. (1964) *L'examen clinique en psychologie*. Presses Universitaires de France.
- Rey, A. & Osterrieth, P. A. (1993) *The Complex Figure Test*. In J. Corwin & F. W. Bylsma (Eds.), *Clinician's Manual of Neuropsychological Assessment* (pp. 121-144). Oxford University Press.
- Rivella, C., Cornoldi, C., Caviola, S. & Giofrè, D. (2021) Learning a new geometric concept: The role of working memory and of domain-specific abilities. *British Journal of Educational Psychology*, 91(4), 1537-1554.
- Sarama, J. & Clements, D. H. (2016) Physical and virtual manipulatives: What is "concrete"? *International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives*, 71-93.
- Satsangi, R. & Bouck, E. C. (2015) Using virtual manipulative instruction to teach the concepts of area and perimeter to secondary students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 38(3), 174-186.
- Satsangi, R., Hammer, R. & Bouck, E. C. (2020) Using video modeling to teach geometry word problems: A strategy for students with learning disabilities. *Remedial and Special Education*, 41(5), 309-320.
- Schmidt, M. & Brown, S. (2021) *The role of cognitive skills in mathematical difficulties in children with ADHD*. *Learning and Individual Differences*, 87, 101980.
- Swanson, H. L., Orosco, M. J. & Reed, D. K. (2024) The mathematical word problem-solving performance gap between children with and without math difficulties: does working memory mediate and/or moderate treatment effects?. *Child Neuropsychology*, 1-37.
- Tieng, S. & Eu, L. K. (2018) *Validation of the Van Hiele Geometry Test for Assessing the Geometric Thinking Levels of Malaysian Students*. *International Journal of Instruction*, 11(4), 689-704. doi:10.12973/iji.2018.11443a
- Usiskin, Z. (1982) *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*. University of Chicago, Department of Education.
- Vakil, E., Greenstein, Y., Weiss, I. & Shtein, C. (2012) *Rey Auditory Verbal Learning Test: Structure analysis of the subcomponents of memory span, learning rate, and long-term memory*. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 34(6), 558-566. doi:10.1080/13803395.2012.667068

- Witzel, B., Görgen-Rein, R., Galuschka, K., Huemer, S., del Toro, I. C., Schulte-Körne, G. & Moll, K. (2024) Digital game-based spelling intervention for children with spelling deficits: a randomized controlled trial. *Learning and Instruction, 89*, 101842.
- Zentall, S. S., Tom-Wright, K. & Lee, J. (2013) Psychostimulant and sensory stimulation interventions that target the reading and math deficits of students with ADHD. *Journal of attention disorders, 17*(4), 308-329.
- Zhang, Y. (2022) *Working memory challenges in children with dyscalculia. Journal of Learning Disabilities, 55*(1), 34-48.