

# ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΛΑΘΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΜΕ ΔΥΣΛΕΞΙΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

## EXPLORING THE MISTAKES MADE BY DYSLEXIC STUDENTS DURING MATHEMATICAL PROBLEMS SOLVING

Βικτώρια Σέχα  
Εκπαιδευτικός Ειδικής Αγωγής  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας  
secha@uth.gr

Φίλιππος Βλάχος  
Καθηγητής  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας  
fvlachos@uth.gr

Σωτηρία Τζιβινίκου  
Επίκουρη Καθηγήτρια  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας  
sotitzivi@uth.gr

Χαρίκλεια Σταθοπούλου  
Καθηγήτρια  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας  
hastath@uth.gr

### Περίληψη

Στην παρούσα εργασία έγινε διερεύνηση των τύπων των λαθών που κάνουν οι μαθητές με δυσλεξία σε σχέση με τους τυπικά αναπτυσσόμενους συμμαθητές τους στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Συμμετείχαν 30 μαθητές με διάγνωση δυσλεξίας και 30 μαθητές τυπικής ανάπτυξης, ηλικίας 10-13 ετών. Στους συμμετέχοντες χορηγήθηκε ατομικά ένα υποτέστ επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, ενός σταθμισμένου κριτηρίου μαθηματικής επάρκειας. Μετά τη συμπλήρωση του κριτηρίου, πραγματοποιήθηκε συνέντευξη με τους μαθητές, με σκοπό τη συγκέντρωση ποιοτικών δεδομένων αναφορικά με τον τρόπο επίλυσης και τον τύπο των λαθών τους κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Τα αποτελέσματα έδειξαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στην επίδοση των μαθητών με δυσλεξία και των τυπικά αναπτυσσόμενων μαθητών στον τομέα της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων. Επιπροσθέτως διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές με δυσλεξία κάνουν διαφορετικού τύπου λάθη κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων κι αντιμετωπίζουν διαφορετικές δυσκολίες. Τα αποτελέσματα είναι σύμφωνα με προηγούμενα ευρήματα από τη διεθνή βιβλιογραφία, που αναφέρουν ότι οι μαθητές με δυσλεξία παρουσιάζουν αδυναμίες στα μαθηματικά και συγκεκριμένα στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

### Λέξεις κλειδιά

Δυσλεξία, επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, τύποι λαθών.

## Abstract

The aim of the present study was to investigate the types of the mistakes that students with dyslexia might encounter during solving mathematical problems in relation to typically developing students. Participants were 30 students with diagnosis of dyslexia and 30 typical developing students, aged 10-13 years old. All participants were individually assessed through a subtest of the psychometric Mathematical Competence Criterion for children and adolescents. In addition, after completing the criterion, an interview was conducted with all students in order to gather qualitative data on the way they solved the mathematical problems and the type of mistakes the two groups presented during mathematical problem solving. The results showed statistically significant differences between the performance of students with dyslexia and the typical developing group in mathematical problem solving. In addition, students with dyslexia we found that students with dyslexia present different types of mistakes from typical developing children and they face different difficulties. These results are consistent with previous findings, which indicate that students with dyslexia have weaknesses in mathematics and specifically in mathematical problem solving.

### Key words

*Dyslexia, mathematical problems solving, type of mistakes.*

## 0. Εισαγωγή

Η αναπτυξιακή δυσλεξία είναι η πιο κοινή από τις μαθησιακές δυσκολίες, με τα κύρια προβλήματα των μαθητών να εντοπίζονται στο γραπτό λόγο και ειδικότερα σε δυσκολίες στην ευχερή, ακριβή ή/και κατανοητή ανάγνωση και στην ορθογραφημένη γραφή (Vlachos, Andreou & Delliou, 2013). Ωστόσο, τα τελευταία χρόνια αρκετές έρευνες συγκλίνουν ότι οι δυσκολίες των παιδιών με δυσλεξία εντοπίζονται σε ελλείμματα σε αρκετούς μαθησιακούς τομείς, όπως για παράδειγμα ο τομέας των μαθηματικών (Evans, Flowers, Napoliello, Olulade & Eden, 2014, Freda, Pagliara, Ferraro, Zanfardino & Pepino, 2008, Σέχα, Βλάχος, Τζιβινίκου & Σταθοπούλου, 2019). Με βάση τα παραπάνω καθίσταται αναγκαία η διερεύνησης του συνόλου των δυσκολιών που παρουσιάζουν τα άτομα με δυσλεξίας σε όλους τους μαθησιακούς τομείς, ώστε να είναι δυνατή η ολόπλευρη υποστήριξή τους. Σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν η εξέταση του τύπου των λαθών που κάνουν οι μαθητές με δυσλεξία σε σχέση με τους τυπικά αναπτυσσόμενους συμμαθητές τους κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

## 1. Θεωρητικό μέρος

**Η** αναπτυξιακή δυσλεξία είναι μια ειδική μαθησιακή διαταραχή νευρολογικής προέλευσης, η οποία χαρακτηρίζεται από δυσκολίες στην ακριβή και ευχερή αναγνώριση λέξεων και επεξεργασίας του γραπτού λόγου, στην ορθογραφία και στις ικανότητες αποκωδικοποίησης. Οι δυσκολίες αυτές συνδέονται συχνά με ελλείμματα στην φωνολογική διάσταση της γλώσσας (International Dyslexia Association, 2002), ενώ σύμφωνα με τον Duncan (2018) τα άτομα αυτά λόγω των φωνολογικών δυσκολιών τους παρουσιάζουν λάθη αποκωδικοποίησης κατά την ανάγνωση ή/και αργή αποκωδικοποίηση.

Σύμφωνα με τους Παυλίδου, Τέλιου και Βλάχο (2017) υπάρχει μεγάλη ετερογένεια στα γνωστικά προφίλ των δυσλεκτικών ατόμων, καθώς δεν παρουσιάζουν όλοι τις ίδιες αδυναμίες και χαρακτηριστικά. Όπως αναφέρουν οι Παυλίδου κ.ά. (2017), οι μαθητές με δυσλεξία παρουσιάζουν ελλείμματα σε διάφορους γνωστικούς τομείς καθώς και προβλήματα συμπεριφοράς. Ορισμένα γνωστικά ελλείμματα που παρουσιάζουν οι μαθητές με δυσλεξία είναι τα ελλείμματα στη φωνολογική επεξεργασία, στην ταχεία ονομάτιση λέξεων, στις ικανότητες οπτικής και ακουστικής προσοχής και επεξεργασίας, ελλείμματα στην οπτικοχωρική αντίληψη και επεξεργασία, ελλείμματα στις εκτελεστικές λειτουργίες, στην εργαζόμενη μνήμη και στην μορφολογική ενημερότητα (Παυλίδου, κ.ά. 2017). Η αναπτυξιακή δυσλεξία είναι ίσως η πιο κοινή νευροαναπτυξιακή διαταραχή που αντιμετωπίζουν οι μαθητές. Στον ελληνικό χώρο η συχνότητα της βρίσκεται περίπου στο 5,52% του μαθητικού πληθυσμού (Vlachos, Avramidis, Dedousis, Chalmpa, Ntalla & Giannakopoulou, 2013).

Αρκετές έρευνες συγκλίνουν ότι οι βασικές δυσκολίες των παιδιών με δυσλεξία εντοπίζονται σε ελλείμματα σε αρκετούς μαθησιακούς τομείς, ενώ αρκετές φορές επηρεάζεται και ο τομέας των μαθηματικών (Chinn, et al., 2001, Freda, et al., 2008, Evans, et al., 2014). Σε προηγούμενη έρευνα όπου αξιολογήθηκε η μαθηματική επάρκεια μαθητών με δυσλεξία σε σχέση με τυπικά αναπτυσσόμενους μαθητές διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές με δυσλεξία παρουσιάζουν δυσκολίες σε ποικίλους τομείς των μαθηματικών ικανοτήτων (γνώση μαθηματικών εννοιών, υπολογισμοί και επίλυση μαθηματικών προβλημάτων) κι ως εκ τούτου χρειάζονται σχετική αξιολόγηση και υποστήριξη (Σέχα, κ.ά., 2019). Ωστόσο, αν και κατά καιρούς έχει αναφερθεί ότι οι δυσκολίες των παιδιών με δυσλεξία έχουν επίπτωση και στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Vukovic, Lesaux & Siegel, 2010), είναι περιορισμένες οι έρευνες που ασχολήθηκαν με τον τομέα αυτό.

Όπως αναφέρει ο Αγαλιώτης (2011), η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων είναι ένας δύσκολος τομέας για τους μαθητές με δυσλεξία εξαιτίας των αδυναμιών τους στην κατανόηση των δομών και σχέσεων που εκφράζονται μέσω του γλωσσικού κώδικα. Πιο συγκεκριμένα, προηγούμενες έρευνες έχουν καταγράψει διάφορες δυσχέρειες

των μαθητών με δυσλεξία, οι οποίες είναι πιθανόν να επηρεάζουν την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, όπως δυσκολίες στην ανάγνωση (Vukovicetal., 2010) στην κατανόηση (Helland & Asbj rnsen, 2004), στην ανάκτηση αριθμητικών δεδομένων (Träff & Passolunghi, 2015), μνημονικές αδυναμίες (Boets & De Smedt, 2010), δυσκολίες στη γνώση αλγορίθμων και υπολογισμών (Miles, 1992, Politt, Pollock & Waller, 2004, Vukovic et al., 2010).

Οι Boets & De Smedt, (2010) εξέτασαν μαθητές με δυσλεξία και μαθητές τυπικής ανάπτυξης σε πολλαπλασιασμούς και αφαιρέσεις, που απαιτούσαν ανάκτηση αριθμών και χρήση στρατηγικών. Διαπίστωσαν ότι τα παιδιά με δυσλεξία παρουσίασαν χαμηλότερη επίδοση σε πολλαπλασιασμούς και αφαιρέσεις, καθώς και μικρότερη ακρίβεια και χρόνο, συνδέοντας την αδυναμία της ανάκτησης με τα ελλείμματα στην φωνολογική επεξεργασία.

Επιπλέον, οι μαθητές με δυσλεξία χρειάζονται περισσότερο χρόνο κατά την επίλυση των μαθηματικών ασκήσεων. Ο Chinn (1994) σε έρευνα του βρήκε ότι οι μαθητές με δυσλεξία παρουσίασαν χαμηλότερες επιδόσεις κυρίως στις χρονομετρημένες δοκιμασίες και ανέφερε ότι χρησιμοποιούν τη στρατηγική της μέτρησης, καθώς δεν γνωρίζουν αριθμητικούς συνδυασμούς.

Όταν οι Reiter, Tucha και Lange (2005) αξιολόγησαν παιδιά με δυσλεξία και παιδιά χωρίς δυσλεξία σε ένα εύρος εκτελεστικών λειτουργιών, διαπίστωσαν ότι οι εμφανίζουν ελλείμματα κυρίως στην μνήμη. Όσον αφορά στην επίλυση λογικών προβλημάτων τα παιδιά με δυσλεξία παρόλο που τα έλυσαν με επιτυχία παρουσίασαν δυσκολία κατά το σχεδιασμό, ενώ χρειάστηκαν και περισσότερο χρόνο.

Σύμφωνα με τους Miles, et al. (2001), οι μαθητές με δυσλεξία παρουσιάζουν αδυναμίες στα μαθηματικά γενικότερα, ενώ ορισμένοι μόνο σε συγκεκριμένους τομείς. Στην έρευνα τους εξετάζοντας παιδιά με αναπτυξιακή δυσλεξία σε διάφορες πτυχές της δυσλεξίας(φωνολογική επίγνωση, κατανόηση) και πτυχές των μαθηματικών (ανάκληση, υπολογισμούς), οι μαθητές με δυσλεξία παρουσίασαν χαμηλότερα ποσοστά, τόσο σε σχέση με το δείγμα των παιδιών τυπικής επίδοσης, όσο και αυτών με χαμηλότερη επίδοση.

Επιπλέον, υπάρχουν ορισμένοι παράγοντες που μπορεί να επηρεάσουν την μαθηματική επίδοση των μαθητών με δυσλεξία. Ένας παράγοντας είναι η οπτική αντίληψη, καθώς σύμφωνα με τους Politt, et al., (2004) οι δυσλεκτικοί μαθητές συγχέουν διάφορα σύμβολα των μαθηματικών, όπως της πρόσθεσής '+' με του πολλαπλασιασμού 'x' κ.ά. . Ακόμα, μπερδεύουν αριθμούς μεταξύ τους, όπως το 6 με το 9 ή μπορεί να τους αντιστρέφουν (Chinn & Ashcroft, 2017). Επίσης, οι Lawson, et al., (2003) αναφέρουν ότι μπορεί οι μαθητές με δυσλεξία να παρουσιάζουν οπτικές δυσκολίες στην αναγνώριση συμβόλων ή και αντιστροφές.

Αρκετά συχνά οι δυσλεκτικοί έχουν αδυναμίες σε διάφορες όψεις της μνημονικής λειτουργίας σε σχέση με τους συνομήλικούς τους τυπικής ανάπτυξης. Ως εκ τούτου, δυσκολεύονται να θυμηθούν βασικές αριθμητικές πράξεις, ειδικά όταν απαιτούν περισσότερα βήματα, ενώ λόγω μνημονικών δυσκολιών οι μαθητές μπορεί να ξεχάσουν τα κρατούμενα ή τα δανεικά (Chinn et al., 2001). Οι αδυναμίες αυτές στη μνημονική λειτουργία σχετίζονται με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, καθώς οι Rasmussen και Bisanz (2005) διαπίστωσαν ότι η οπτικοχωρική εργαζόμενη μνήμη και η φωνολογική μνήμη αποτελούν προβλεπτικούς παράγοντες για την επίλυση προβλημάτων. Επιπλέον, αναφέρουν ότι τα προβλήματα που περιέχουν άσχετες πληροφορίες είναι πιο δύσκολα (Rasmussen & Bisanz, 2005).

Επίσης, σημαντικό ρόλο για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων έχουν οι δυσκολίες στον εννοιολογικό τομέα. Στα μαθηματικά χρησιμοποιείται συγκεκριμένο λεξιλόγιο και ορολογία, και δυσκολίες στον τομέα αυτό αποτελούν σημαντικό παράγοντα αποτυχίας (Politt, et al., 2004). Λέξεις όπως 'περίμετρος', 'εμβαδόν' κ.ά. πιθανόν να είναι άγνωστες και μη οικείες σε μαθητές με δυσλεξία. Όμως η ορολογία των μαθηματικών πρέπει να γίνει πλήρως κατανοητή από τους μαθητές, πριν προχωρήσουν σε υπολογισμούς. Επιπλέον, η ευχέρεια του παιδιού με την ορολογία των μαθηματικών αποτελεί σημαντικό παράγοντα επιτυχίας, καθώς αποτελεί τη βάση για την εκτέλεση των αλγορίθμων και για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Politt, et al., 2004).

Οι μαθητές με δυσλεξία είναι πιθανόν να παρουσιάζουν δυσκολίες στους υπολογισμούς που μπορεί να επηρεάσουν την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Σύμφωνα με τον Miles (1992) οι δυσκολίες διάκρισης αριστερού-δεξιού που αντιμετωπίζουν τα δυσλεκτικά άτομα, μπορεί να επηρεάζουν την ακρίβεια των υπολογισμών τους ή να χάνουν τη θέση ή τη σειρά αριθμών, όταν τους προσθέτουν κατά στήλες (Miles, 1992). Επιπλέον, οι δυσκολίες μνήμης επηρεάζουν την επίδοση στις αριθμητικές πράξεις. Ειδικά στους νοερούς υπολογισμούς, που απαιτούν δεξιότητες μνήμης, οι μαθητές με δυσλεξία παρουσιάζουν δυσκολίες (Politt, et al., 2004). Επιπλέον, σύμφωνα με τους Vukovic et al., (2010) είναι πολύ πιο πιθανό οι μαθητές με δυσλεξία να κάνουν λάθη στους υπολογισμούς σε σχέση με τυπικά αναπτυσσόμενους μαθητές.

Επίσης, οι αναγνωστικές δυσκολίες μπορεί να επηρεάσουν την επίδοση στα μαθηματικά. Οι Vukovic, et al., (2010) αναφέρουν ότι η μαθηματική επίδοση διαφοροποιείται και ανάλογα με τον τύπο και το βαθμό της αναγνωστικής δυσκολίας. Οι Lawson, et al., (2003) αναφέρουν ότι οι δυσλεκτικοί μαθητές δυσκολεύονται να διαβάσουν κείμενα μαθηματικών προβλημάτων, και ειδικά όταν αυτά είναι μακροσκελή. Εάν διαβάσουν το κείμενο μπορεί να είναι αργοί αναγνώστες, ή με απουσία ευχέρειας και κατανόησης. Σύμφωνα με άλλους ερευνητές (Malmer, 2000) για πολλούς μαθητές η ανάγνωση των οδηγιών είναι το πιο σοβαρό εμπόδιο. Για το δυσλεκτικό μαθητή, η αποκωδικοποίηση των λέξεων απαιτεί τόσο ενέργεια, ώστε μέχρι να αποκωδικοποιηθεί το κείμενο μειώνεται σημαντικά η κατανόηση ή δεν είναι πλήρης. Ο Smith (1996,

ο.α. στο Chinn & Ashcroft, 2017), αναφέρει ότι ένα λάθος που γίνεται από τους δυσλεκτικούς μπορεί να οφείλεται ακόμη και σε μικρές αλλαγές στη διατύπωση.

Μία ακόμα παράμετρος που μπορεί να επηρεάζει την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων είναι η στρατηγική επίλυσης που χρησιμοποιείται. Σύμφωνα με τους Hegarty, Mayer και Monk, (1995) λόγω των δυσκολιών στην κατανόηση και πιθανόν στην ανάγνωση, οι μη αποτελεσματικοί λύτες συλλέγουν πληροφορίες που αφορούν λέξεις ή αριθμούς χωρίς πλήρη κατανόηση του προβλήματος, επιλέγοντας πράξεις που ορίζουν οι λέξεις-κλειδιά. Ωστόσο, με τον τρόπο αυτό οι μαθητές μπορεί να παραπλανηθούν, επιλέγοντας μία λανθασμένη πράξη. Επιπλέον, μπορεί να γίνουν λάθη λόγω άσχετων πληροφοριών (Littlefield & Rieser, 1993, Low & Over, 1989, 1990, ο.α. στο Hegarty, et al., 1995). Αντιθέτως, οι αποτελεσματικοί λύτες εστιάζουν συνολικά στη σημασιολογική δομή και στο πλήρες νόημα, που δημιουργεί η συνολική εικόνα του προβλήματος (Hegarty, et al., 1995).

Ένας επιπλέον παράγοντας που πιθανόν επηρεάζει τη λύση προβλημάτων είναι η διαδικασία επεξεργασίας των πληροφοριών και το μαθησιακό στυλ του κάθε μαθητή (Chinn & Ashcroft, 2017). Οι δυσλεκτικοί έχουν μνημονικές δυσκολίες, που τους ταλαιπωρούν κατά την επίλυση προβλημάτων. Έτσι, αισθάνονται ασφάλεια, όταν εφαρμόζουν μια ήδη δοκιμασμένη διαδικασία, δεν επιθυμούν να δοκιμάζουν νέες μεθόδους και αξιοποιούν αυτή που μπορεί να χρησιμοποιηθεί πιο εύκολα. Συνεπώς, για την επίλυση ενός προβλήματος οι δυσλεκτικοί μαθητές θα εφαρμόσουν την 'ασφαλή' διαδικαστική επιλογή (Chinn et al., 2001).

Γενικά, η επίλυση προβλημάτων είναι μια δύσκολη διαδικασία η οποία περνά από πολλά στάδια μέχρι το τελικό αποτέλεσμα. Μια κατηγοριοποίηση των φάσεων επίλυσης προβλημάτων είναι αυτή των Mayer, Lewis και Hegarty (1992, ο.α. στο Αγαλιώτης, 2011). Σύμφωνα με τους ερευνητές αυτούς υπάρχουν τέσσερα στάδια επίλυσης προβλημάτων. Το πρώτο στάδιο είναι η *μετάφραση*, όπου ο μαθητής διαβάζει το πρόβλημα και κατανοεί το βασικό θέμα του προβλήματος. Κύριος στόχος είναι η αναγνωστική αποκωδικοποίηση, η μετατροπή των στοιχείων του προβλήματος με τη σειρά που παρουσιάζονται στο πρόβλημα και η δημιουργία νοητικής αναπαράστασης. Ο μαθητής πρέπει να κατανοήσει τις λέξεις ή την ορολογία, που περιλαμβάνει το πρόβλημα και το κεντρικό ζητούμενο του προβλήματος. Το δεύτερο στάδιο είναι η *ολοκλήρωση*, όπου ο μαθητής αφού διαβάσει το πρόβλημα και κατανοήσει το κεντρικό θέμα, αναγνωρίζει τα δεδομένα και τα ζητούμενα, προκειμένου να οργανώσει τα δεδομένα του προβλήματος και να δημιουργήσει μια συνολική νοητική αναπαράσταση του προβλήματος. Το τρίτο στάδιο είναι ο *σχεδιασμός*, όπου στο στάδιο αυτό ο μαθητής, αφού έχει οργανώσει τα δεδομένα του προβλήματος και έχει εντοπίσει το ζητούμενο, σχεδιάζει τη λύση του. Ο μαθητής σκέφτεται, ποια ή ποιες πράξεις θα χρειαστούν, ποιος ή ποιοι είναι οι αλγόριθμοι που πρέπει να χρησιμοποιήσει προκειμένου να βρει τη λύση. Το τέταρτο στάδιο είναι η *εκτέλεση*, όπου



μαθητής αφού έχει αποφασίσει ότι πρέπει να κάνει μια συγκεκριμένη πράξη ή να ακολουθήσει μια σειρά πράξεων εκτελεί τις αριθμητικές πράξεις. Στο στάδιο αυτό ο μαθητής πρέπει να γνωρίζει τους αλγόριθμους και τη σειρά αυτών, ώστε να λύσει το πρόβλημα.

Τέλος, σύμφωνα με τον Αγαλιώτη (2011), για τη σωστή επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος, πρέπει να υπάρχει και πέμπτο στάδιο, ο έλεγχος, όπου ο μαθητής ελέγχει εάν ταιριάζει το αποτέλεσμα με το αρχικό ζητούμενο του προβλήματος ή με την αρχική του εκτίμηση. Πιθανόν, ο μαθητής να εντοπίσει κάποιο λάθος και να το διορθώσει.

Από την ανασκόπηση της διεθνούς βιβλιογραφίας που προηγήθηκε διαπιστώνεται ότι, αν και η βασική δυσκολία των παιδιών με δυσλεξία βρίσκεται στην αναγνωστική ικανότητα, συχνά επηρεάζονται και άλλοι μαθησιακοί τομείς, όπως τα μαθηματικά (Freda, et al., 2008, Evans, et al., 2014, Träff & Passolunghi, 2015) και συγκεκριμένα η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Vukovic, Lesaux & Siegel, 2010).

Σκοπός αυτής της εργασίας ήταν η έγινε διερεύνηση των τύπων των λαθών που κάνουν οι μαθητές με δυσλεξία σε σχέση με τους τυπικά αναπτυσσόμενους συμμαθητές τους στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Με βάση έρευνες που διαπιστώνουν ότι τα παιδιά με δυσλεξία έχουν συγκεκριμένα γνωστικά ελλείμματα (για ανασκόπηση βλ. Παυλίδου κ.ά., 2017) και απόψεις ότι πιθανά επεξεργάζονται με διαφορετικούς τρόπους τις πληροφορίες των προβλημάτων (Chinn et al., 2001, Chinn & Ashcroft, 2017) αναμέναμε ότι θα υπάρξουν διαφοροποιήσεις στον τύπο των λαθών, που πραγματοποιούν οι μαθητές με δυσλεξία σε σχέση με τους τυπικά αναπτυσσόμενους συμμαθητές τους.

## **2. Μέθοδος**

### **2.1. Μέθοδος συλλογής δεδομένων**

Για τη εξέταση των ερευνητικών υποθέσεων, χρησιμοποιήθηκε σχεδιασμός μικτών μεθόδων, καθώς τα δεδομένα τα οποία συλλέχθηκαν στην έρευνα ήταν ποσοτικά και ποιοτικά (Creswell, 2011). Η επιλογή αυτής της μικτής ερευνητικής προσέγγισης έγινε γιατί ο συνδυασμός ποσοτικών και ποιοτικών μεθόδων μπορεί να προσφέρει βαθύτερη και ουσιαστική κατανόηση για το θέμα της μελέτης, καθώς παρέχονται ταυτόχρονα λεπτομερέστερες και συγκεκριμένες πληροφορίες, για τον τρόπο επεξεργασίας στον τομέα της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων (Creswell, 2011).

### **2.2. Συμμετέχοντες**

Η επιλογή των συμμετεχόντων πραγματοποιήθηκε με βολική δειγματοληψία χωρίς πιθανότητα (Creswell, 2011), καθώς η πειραματική ομάδα ήταν μαθητές με δυσλεξία, οι οποίοι αποτελούν ένα ειδικό πληθυσμό περιορισμένης διαθεσιμότητας (Vlachos,

et al., 2013). Στην έρευνα συμμετείχαν συνολικά 60 μαθητές, 10-13 ετών, οι οποίοι φοιτούσαν στις τάξεις Πέμπτη, Έκτη Δημοτικού και Πρώτη Γυμνασίου σε Δημοτικά Σχολεία και Γυμνάσια των Νομών Μαγνησίας, Φθιώτιδας και Βοιωτίας, το σχολικό έτος 2018-2019. Οι 30 μαθητές της πειραματικής ομάδας είχαν λάβει διάγνωση δυσλεξίας από τα Κέντρα Εκπαιδευτικής και Συμβουλευτικής Υποστήριξης (Κ.Ε.Σ.Υ.). Σύμφωνα με την αξιολόγηση των Κ.Ε.Σ.Υ., οι μαθητές δεν παρουσίαζαν κάποια άλλη αναπτυξιακή διαταραχή. Στην πειραματική ομάδα τα 22 παιδιά ήταν αγόρια και τα 8 ήταν κορίτσια, με μέσο όρο ηλικίας 11,42 έτη ( $T.A = 0,88$ ). Οι παραπάνω συμμετέχοντες εξομοιώθηκαν ως προς το φύλο, την ηλικία και την τάξη φοίτησης με 30 τυπικά αναπτυσσόμενους μαθητές, οι οποίοι αποτέλεσαν την ομάδα ελέγχου. Οι μαθητές αυτοί δεν είχαν διάγνωση μαθησιακής δυσκολίας ή άλλης αναπτυξιακής διαταραχής. Επιπλέον, σύμφωνα με τις άτυπες αξιολογήσεις των εκπαιδευτικών τους, δεν εμφάνιζαν κάποιο μαθησιακό πρόβλημα. Αντίστοιχα με την πειραματική ομάδα στην ομάδα ελέγχου τα 22 άτομα ήταν αγόρια και τα 8 ήταν κορίτσια με μέσο όρο ηλικίας 11,71 έτη ( $T.A. = 1,00$ ).

### **2.3. Εργασία & Διαδικασία**

Για την ποσοτική αξιολόγηση της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων όλοι οι συμμετέχοντες εξετάστηκαν με την υποδοκιμασία επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων του Ψυχομετρικού Κριτηρίου Μαθηματικής Επάρκειας (Μπάρμπας, Βερμέου-λεν, Κιοσέογλου & Μενεξές, 2008), το οποίο κατασκευάστηκε με στόχο την εκτίμηση της μαθηματικής επάρκειας παιδιών και εφήβων ηλικίας 7,06-15,06 ετών.

Για τη συγκέντρωση ποιοτικών δεδομένων αναφορικά με τον τρόπο επίλυσης προβλημάτων και τον τύπο των λαθών που κάνουν οι μαθητές δημιουργήθηκε ένα πρωτόκολλο καταγραφής δεδομένων (Creswell, 2011). Συγκεκριμένα, το εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε στην έρευνα είναι το πρωτόκολλο συνέντευξης (βλ. Παράρτημα 1) το οποίο δημιουργήθηκε για τις ανάγκες της παρούσας έρευνας.

Μετά την ολοκλήρωση της χορήγησης του κριτηρίου στους μαθητές, πραγματοποιήθηκε δομημένη συνέντευξη αναφορικά με τα 15 μαθηματικά προβλήματα. Το πρωτόκολλο συνέντευξης αποτελείται από προκαθορισμένες ερωτήσεις (όπως «Ποια είναι τα δεδομένα/ζητούμενα του προβλήματος») που διατυπώθηκαν προκειμένου να γίνει αναλυτική περιγραφή της επίλυσης προβλημάτων από τους μαθητές (Παράρτημα 1). Στόχος ήταν οι μαθητές να εκθέσουν τα λογικά επιχειρήματα τους για τον τρόπο που έλυσαν το κάθε πρόβλημα, ώστε να διαπιστωθεί εάν η απάντηση είναι τυχαία, εάν ο μαθητής κατανοεί πλήρως το πρόβλημα (δεδομένα-ζητούμενα) ή ποιες είναι οι δυσκολίες που αποτέλεσαν εμπόδιο στην επίλυση των προβλημάτων.

Στη συνέχεια τα λανθασμένα προβλήματα αξιολογήθηκαν ως προς τον τύπο του λάθους, που έκανε ο κάθε μαθητής στην προσπάθεια επίλυσης τους. Για την ισότιμη



και λεπτομερή ανάλυση και αξιολόγηση των λαθών, δημιουργήθηκε μία κλειδα καταγραφής (Παράρτημα 2) με συχνά λάθη που μπορεί να κάνουν οι μαθητές σε κάθε φάση επίλυσης των προβλημάτων, δηλαδή στη μετάφραση, την ολοκλήρωση, το σχεδιασμό, την εκτέλεση ή τον έλεγχο (Mayer, et al., 1992, ο.α. στο Αγαλιώτης, 2011). Στη συνέχεια έπεται από τις συνεντεύξεις των μαθητών και την καταγραφή των απαντήσεων τους, έγινε ανάλυση περιεχομένου στις απαντήσεις τους και τα λάθη τους κατηγοριοποιήθηκαν με βάση την κλειδα καταγραφής στην πρώτη φάση κατά την οποία ο μαθητής παρουσίασε δυσκολία.

### 3. Αποτελέσματα

#### 3.1. Ποσοτικές αναλύσεις

Έπειτα από τον έλεγχο της κανονικότητας (Kolmogorov-Smirnov) και καθώς οι κατανομές των δύο ομάδων ακολουθούν κανονική κατανομή έγινε στατιστική ανάλυση  $t$  ( $t$ -test) για ανεξάρτητα δείγματα, για τον έλεγχο των μέσων επιδόσεων των δύο ομάδων στην υποδοκιμασία επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι (Μ.Ο.), οι τυπικές αποκλίσεις (Τ.Α.) των επιδόσεων των δύο ομάδων στην υποδοκιμασία της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων. Όπως φαίνεται από τους μέσους όρους τα παιδιά της ομάδας ελέγχου παρουσίασαν υψηλότερη επίδοση και σύμφωνα με τον έλεγχο  $t$ , διαπιστώθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μέσους όρους των δύο ομάδων καθώς  $p < 0,001$  και στην επίλυση προβλημάτων, όπου οι μαθητές της πειραματικής ομάδας παρουσίασαν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερες επιδόσεις.

**Πίνακας 1:** Μέσοι όροι και τυπικές αποκλίσεις στην υποδοκιμασία επίλυσης προβλημάτων του κριτηρίου Μαθηματικής Επάρκειας, των μαθητών της πειραματικής ομάδας και της ομάδας σύγκρισης

	<b>Μαθητές με Δυσλεξία N=30</b>		<b>Τυπικοί Αναγνώστες N=30</b>		<i>t-test</i>
	<i>M.O.</i>	<i>T.A.</i>	<i>M.O.</i>	<i>T.A.</i>	
Επίλυση προβλημάτων	9,13	2,62	12,40	2,92	-4,55*

\* $p < 0.001$

Για την ποσοτική ανάλυση των τύπων των λαθών των δύο ομάδων, χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό κριτήριο  $\chi^2$  (chi-square), με στόχο να διαπιστωθεί εάν υπάρχουν διαφοροποιήσεις μεταξύ των ομάδων στις συχνότητες του είδους των λαθών που

κάνουν κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Στον Πίνακα 2 παρουσιάζονται η συχνότητα και το ποσοστό των λαθών ανά είδος λαθών της κάθε ομάδας. Πιο συγκεκριμένα, στο σύνολο του δείγματος τα λάθη της μετάφρασης ήταν συνολικά 39,8%, για τη φάση της ολοκλήρωσης τα λάθη ήταν 45,7%, στη φάση του σχεδιασμού τα λάθη ήταν 10,1% και για τη φάση της εκτέλεσης τα λάθη ήταν 4,4% επί του συνόλου των προβλημάτων.

**Πίνακας 2:** Συχνότητες και ποσοστά επί του συνόλου των τύπων των λαθών των μαθητών με δυσλεξία και των τυπικών αναγνώστων

Τύποι λαθών	Μετάφραση		Ολοκλήρωση		Σχεδιασμός		Εκτέλεση		Σύνολο	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Μαθητές με Δυσλεξία	137	28,7	116	24,3	20	4,2	12	2,5	285	59,7*
Τυπικοί Αναγνώστες	53	11,1	110	21,4	28	5,9	9	1,9	192	40,3*
<b>Σύνολο λαθών ανά φάση</b>	190	39,8	218	45,7	48	10,1	21	4,4	477	100

\* $p < 0,05$

Όσον αφορά τη σύγκριση του αριθμού των λαθών στα παιδιά με δυσλεξία σε σχέση με τα τυπικά αναπτυσσόμενα παιδιά διαπιστώθηκε ότι τα πρώτα παρουσίαζαν μεγαλύτερη συχνότητα λαθών (59,7%) σε σχέση με τα δεύτερα (40,3%). Η ανάλυση  $\chi^2$  (chi-square) έδειξε ότι η διαφορά αυτή ήταν στατιστικά σημαντική ( $\chi^2 = 22,52$ ,  $p < 0,001$ ).

Όπως φαίνεται στο Πίνακα 2 από το σύνολο λαθών της μετάφρασης, το 28,7% έγινε από τους μαθητές με δυσλεξία, ενώ το 11,1% έγινε από τους μαθητές της ομάδας ελέγχου. Από το σύνολο των λαθών στη φάση της ολοκλήρωσης, το 24,3% έγινε από τα παιδιά της πειραματικής ομάδας, ενώ το 21,4% από τα παιδιά της ομάδας ελέγχου. Από το σύνολο των λαθών στη φάση του σχεδιασμού το 4,2% έγινε από τα παιδιά με δυσλεξία, ενώ το 5,9% από τα παιδιά της ομάδας ελέγχου. Από το σύνολο των λαθών στη φάση της εκτέλεσης το 2,5% έγινε από τους μαθητές με δυσλεξία, ενώ το 1,9% από τα παιδιά της ομάδας ελέγχου. Όπως είναι φανερό στις τρεις φάσεις (μετάφραση, ολοκλήρωση, εκτέλεση) οι μαθητές με δυσλεξία έκαναν περισσότερα λάθη σε σχέση με την ομάδα ελέγχου. Στη φάση του σχεδιασμού, τα

περισσότερα λάθη έγιναν από την ομάδα ελέγχου. Αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι τα παιδιά με δυσλεξία, σταμάτησαν σε προηγούμενη φάση, οπότε δεν συνέχισαν στον σχεδιασμό της λύσης. (βλ. Πίνακας 2)

### 3.2. Ποιοτικές αναλύσεις

Η αποκωδικοποίηση των δεδομένων της συνέντευξης έγινε με ανάλυση περιεχομένου για την κατηγοριοποίηση των λαθών στις κατηγορίες/φράσεις προβλημάτων (μετάφραση, ολοκλήρωση, σχεδιασμός, εκτέλεση και έλεγχος). Πιο συγκεκριμένα, μέσω της ανάλυσης περιεχομένου στόχος ήταν να ερμηνευθούν τα δεδομένα της συνέντευξης, να εντοπισθούν οι δυσκολίες των μαθητών και να διερευνηθεί σε ποια κατηγορία λαθών ανα φάση επίλυσης προβλημάτων εμπίπτουν τα λάθη που αναφέρουν οι μαθητές με βάση τα συχνά λάθη που υπάρχουν στην κλειδα καταγραφής (βλ. Παράρτημα 2). Στη συνέχεια, μέσω της αποκωδικοποίησης των δεδομένων της συνέντευξης προχωρήσαμε στην ποιοτική ανάλυση των λαθών που έγιναν σε κάθε μία από τις φάσεις (μετάφραση, ολοκλήρωση, σχεδιασμός, εκτέλεση και έλεγχος) της διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων.

Στην πρώτη φάση της μετάφρασης που είναι η πιο σημαντική και οι δύο ομάδες έκαναν περίπου παρόμοιου τύπου μεταφραστικά λάθη με μερικές διαφορές κυρίως στη συχνότητα του κάθε είδους. Στην πρώτη συζήτηση με τους μαθητές για τη γενική κατανόηση του προβλήματος, μαθητές και των δύο ομάδων απάντησαν ότι δεν κατανοούν ορισμένες έννοιες. Μερικές από αυτές αφορούν το λεξιλόγιο των μαθηματικών (ορολογία), όπως εμβαδόν, έκπτωση, παραλληλόγραμμο, μέσος όρος, κλάσμα (ή τη μορφή  $1/20$ ) και αρνητικούς αριθμούς. Ωστόσο, οι μαθητές με δυσλεξία ανέφεραν συχνότερα τέτοιες δυσκολίες.

Ορισμένοι μαθητές και στις δύο ομάδες ανέφεραν άγνοια γλωσσικών εννοιών όπως θερμίδες, απέχει, στεριά ή λουρίδα. Επίσης, μαθητές και των δύο ομάδων ανέφεραν ότι σε προβλήματα αυξημένης δυσκολίας δεν κατανόησαν το ζητούμενο. Ωστόσο, και αυτά τα λάθη ήταν πιο συχνά στην ομάδα των μαθητών με δυσλεξία. Το ίδιο συνέβη και στις περιπτώσεις που μαθητές γνώριζαν τις έννοιες αλλά δεν τις αναγνώρισαν ή τις παρέβλεψαν κατά την ανάγνωση της εκφώνησης. Παράδειγμα σε πρόβλημα που αναφέρει το κόστος «...πήρε 5 μαρκαδόρους, ο κάθε μαρκαδόρος κοστίζει 25 λεπτά», δεν είδαν τη λέξη «κάθε» με αποτέλεσμα οι μαθητές να νομίζουν ότι 25 λεπτά είναι το συνολικό κόστος. Στη συνέντευξη παρατήρησαν το λάθος (έπειτα από ερωτήσεις) και εξήγησαν την σωστή πράξη. Αυτό σημαίνει ότι γνώριζαν τι έπρεπε να κάνουν, αλλά απάντησαν λάθος λόγω ανάγνωστικού λάθους. Τέτοια λάθη πραγματοποιήθηκαν πιο συχνά από τους μαθητές με δυσλεξία.

Σε αρκετές περιπτώσεις οι μαθητές και των δύο ομάδων έψαχναν και χρησιμοποιούσαν τις λέξεις κλειδιά του προβλήματος για να αποφασίσουν τι πράξη θα κάνουν,

όπως «*όλα μαζί ή διαφορά*», οι οποίες παραπέμπουν σε πρόσθεση ή αφαίρεση αντίστοιχα. Πολύ συχνά όμως δεν είναι απόλυτη η αντιστοιχία λέξεων-κλειδιών με τις αντίστοιχες πράξεις. Στις εξηγήσεις των μαθητών για την λήψη απόφασης, δεν έδειξαν να κατανοούν το πρόβλημα απλά έκαναν μηχανικά την πράξη. Σε ορισμένα προβλήματα μαθητές με δυσλεξία, ενώ ανέφεραν ακριβώς τις έννοιες και τα δεδομένα του προβλήματος έδωσαν μια διαφορετική ερμηνεία στην εκφώνηση. Παράδειγμα, μαθητής ανέφερε στο πρόβλημα: «*Ο Π. Πλένει 4 ζευγάρια κάλτσες και όταν τις βγάλει από το πλυντήριο λείπει η μία. Πόσες κάλτσες έβγαλε ο Πάνος από το πλυντήριο;*» ότι η απάντηση δίνεται (1 κάλτσα), καθώς ο Πάνος έβγαλε την κάλτσα γι' αυτό και έλειπε. Αυτή η ερμηνεία όμως δεν δικαιολογείται με βάση την εκφώνηση. Επιπλέον, τέτοιες ερμηνείες του προβλήματος δεν δόθηκαν από μαθητές της ομάδας ελέγχου.

Σε αρκετά προβλήματα μαθητές και των δύο ομάδων περιέγραψαν κάποια προβλήματα λάθος, τα οποία όμως σύμφωνα με τους μαθητές δικαιολογούνται με βάση την διατύπωση. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα «*...στους 5 μαρκαδόρους, οι κάθε δύο έχουν έκπτωση*» σύμφωνα με τις απαντήσεις των μαθητών έχουν έκπτωση οι 4 μαρκαδόροι (όπως ανέφερε ένας μαθητής: «*το πρόβλημα αναφέρει κάθε δύο μαρκαδόρους έχει έκπτωση 10 λεπτά, οπότε έκανα έκπτωση στους 4 μαρκαδόρους*» ενώ σημείωσαν ότι είδαν την φράση «κάθε δύο» αλλά δεν είναι σαφές το 'ζεύγος'). Τέτοιου είδους λάθη έκαναν κυρίως τα παιδιά της ομάδας ελέγχου.

Η δεύτερη φάση (ολοκλήρωση) είναι πολύ σημαντική, καθώς έπειτα από την αδρή κατανόηση των εννοιών του προβλήματος και τον εντοπισμό των δεδομένων και των ζητούμενων, οι μαθητές πρέπει να εντοπίσουν τη σχέση μεταξύ αυτών δημιουργώντας μια συνολική εικόνα της κατάστασης. Σε ορισμένα προβλήματα μαθητές και από τις δύο ομάδες, ανέφεραν ότι παρόλο που κατανόησαν το πρόβλημα, αυτό παρείχε πολλές πληροφορίες. Κατά συνέπεια δεν μπορούσαν να καταλάβουν τη σειρά, που πρέπει να χειριστούν τα δεδομένα και να προχωρήσουν στις αντίστοιχες ενέργειες. Αυτό αναφέρθηκε περισσότερο από τους μαθητές με δυσλεξία. Επίσης, πολλοί μαθητές και στις δύο ομάδες χρησιμοποίησαν άσχετες πληροφορίες, δείχνοντας αδυναμία χειρισμού των δεδομένων και διάκρισης των πιο σημαντικών, καθώς και το αντίστροφο με την άγνοια χρήσιμων στοιχείων για την επίλυση του προβλήματος, θεωρώντας τα μη σχετικά.

Επιπλέον, σημαντικό σε αυτή τη φάση είναι οι γενικές γνώσεις του μαθητή και η κατάλληλη εμπειρία του με συγκεκριμένους τύπους προβλημάτων. Ο μαθητής πρέπει να αναγνωρίσει τον τύπο του προβλήματος, το οποίο πρέπει να λύσει. Ωστόσο, πολλοί μαθητές μετατρέπουν ένα πρόβλημα χαμηλής συχνότητας σε πρόβλημα υψηλής συχνότητας, χρησιμοποιώντας ένα υπόδειγμα που έχουν μάθει για να λύσουν παρόμοια προβλήματα. Τέτοιου είδους λάθη έκαναν οι μαθητές και των δύο ομάδων, με περισσότερα λάθη να σημειώνονται στην ομάδα των μαθητών με δυσλεξία. Έτσι, στο πρόβλημα «*...Η γάτα του Πέτρου είχε 5 μικρά γατάκια. Ο Πέτρος*

έδωσε ένα κόκκινο γατάκι στον Αντρέα και ένα άσπρο γατάκι στη Σοφία...Πόσα γατάκια έδωσε ο Πέτρος μέχρι τώρα;» πολλοί μαθητές και από τις δύο ομάδες απάντησαν πως νόμιζαν ότι το ζητούμενο είναι «πόσα γατάκια έμειναν», κάνοντας αφαίρεση ( $5-2=3$ ). Οι μαθητές ανέφεραν ότι αφού αναφέρει πρώτα το σύνολο και μετά αυτά που χάρισε λογικά το ζητούμενο είναι πόσα έμειναν, και λογικά πρέπει να γίνει αφαίρεση. Οι μαθητές ανέφεραν μάλιστα ότι διάβασαν σωστά το πρόβλημα αλλά αποφάσισαν σαν να αναζητούσαν πόσα γατάκια έμειναν, χρησιμοποιώντας αφαίρεση, λόγω της δομής του προβλήματος. Αντίστοιχα, σε προβλήματα που εισάγουν την έννοια της σύγκρισης, μαθητές και των δύο ομάδων δυσκολεύτηκαν σε τέτοιου είδους προβλήματα, μετατρέποντας τις συσχετιστικές προτάσεις σε προσδιοριστικές. Παράδειγμα «από τις 1500 θερμίδες έτρωγε 800 θερμίδες για βραδινό...οι θερμίδες του μεσημεριανού ήταν 3 φορές περισσότερες από ότι του πρωινού».

Στην τρίτη φάση (σχεδιασμός) σημειώθηκαν λιγότερα λάθη σε σχέση με τις δύο προηγούμενες φάσεις. Ο λόγος είναι ότι πολλοί μαθητές και των δύο ομάδων, λόγω λαθών σε προηγούμενες φάσεις, δεν έφτασαν στην φάση του σχεδιασμού, καθώς είτε δεν είχαν κατανοήσει το πρόβλημα (φάση μετάφρασης), είτε δεν γνώριζαν τις απαραίτητες ενέργειες-πράξεις (φάση ολοκλήρωσης).

Όσοι μαθητές και από τις δύο ομάδες έφτασαν στη φάση αυτή έκαναν λάθος στην επιλογή του σχεδιασμού και της επιλογής των πράξεων, ενώ γνώριζαν τις ενέργειες που έπρεπε να κάνουν. Παράδειγμα, κατανοούσαν την αναλογία που χρειάζεται να βρουν (είτε με κλάσμα, είτε με ανάλογα ποσά) ή την ένωση ποσών (πρόσθεση), αλλά η επιλογή της πράξης, δεν είχε κάποια μαθηματική βάση σχετικά με το πρόβλημα. Επιπλέον, οι μαθητές με δυσλεξία στη φάση του σχεδιασμού, χρησιμοποίησαν είτε πράξεις που δεν είχαν σχέση με το πρόβλημα, είτε έκαναν μισές ενέργειες, είτε επέλεξαν τυχαίες πράξεις.

Σε κάποια προβλήματα, οι μαθητές και των δύο ομάδων γνώριζαν τα βήματα που πρέπει να κάνουν αλλά δεν γνώριζαν τον τύπο ή την πράξη που χρειάζεται. Στο σημείο αυτό η άγνοια αλγορίθμων, δεν αφορά την εκτέλεση (όπως σειρά βημάτων στον αλγόριθμο της πρόσθεσης), αλλά την άγνοια ορισμένων τύπων (όπως τύπο για το εμβαδόν ή Μέσο όρο), που μπορεί να μην γνωρίζουν. Τα λάθη αυτά ήταν εξίσου ίδια και στις δύο ομάδες. Ωστόσο, οι μαθητές της ομάδας ελέγχου κατάφεραν να φτάσουν στον σχεδιασμό προβλημάτων αυξημένης δυσκολίας στα οποία κατανοούσαν, αλλά δεν γνώριζαν τον τύπο, βρίσκοντας εναλλακτικούς (πρακτικούς) τρόπους για την επίλυση προβλημάτων. Αντιθέτως, οι μαθητές με δυσλεξία, διαβάζοντας τα δύσκολα προβλήματα δεν κατανόησαν καθόλου τα ζητούμενα ή τις σχέσεις μεταξύ αυτών (φάση ολοκλήρωσης) και δεν προσπάθησαν να σχεδιάσουν κάποια λύση.

Στην τέταρτη φάση, τη φάση της εκτέλεσης ενώ παρατηρήθηκαν τα λιγότερα λάθη και στις δύο ομάδες (λόγω λαθών σε προηγούμενες φάσεις), τα λάθη μεταξύ των δύο ομάδων διέφεραν κάνοντας τις αντίστοιχες πράξεις-υπολογισμούς. Οι μαθητές με

δυσλεξία έκαναν λάθη στην αφαίρεση  $9-0=0$  αντί για  $9-0=9$ , κάνοντας λάθη στην αφαίρεση του μηδενός. Ορισμένοι μαθητές έκαναν νοερούς υπολογισμούς, χωρίς να καταγράψουν την πράξη με αποτέλεσμα να έχουν επιλέξει τη σωστή πράξη, αλλά να βρίσκουν λάθος αποτέλεσμα. Επίσης, έγιναν λάθη στην πρόσθεση ( $7+2=8$ ), στον πολλαπλασιασμό ( $4 \times 2=6$ ), στην αφαίρεση από 9. 364. 925 - 203. 013 όπου έκαναν σωστή αφαίρεση ξεχνώντας να 'κατεβάσουν' στο αποτέλεσμα την τιμή 9 εκατομμύρια (από τη θέση του μειωτέου, στο αποτέλεσμα, ενώ δεν υπάρχει αντίστοιχη τιμή στον αφαιρετέο). Τέλος, ενώ εξηγούσαν προφορικά την πράξη σωστά η πράξη ήταν γραπτώς λανθασμένη έπειτα από τη σύγχυση συμβόλου της ώρα της επίλυσης (παράδειγμα σύμβολα πρόσθεσης-αφαίρεσης). Τέλος, ορισμένοι μαθητές ανέφεραν ότι ξέχασαν τα κρατούμενα.

Τα παιδιά της ομάδας ελέγχου, έκαναν κυρίως λάθη όπως η λάθος αντιγραφή των αριθμών πριν την επίλυση της πράξης, διακοπή λόγω άγνοιας αλγορίθμου (στη σειρά βημάτων εξίσωσης), λάθη στους πολλαπλασιασμούς με διψήφιους ( $15 \times 16$ ) και νοερή εκτέλεση πολλαπλασιασμών που σημειώθηκε και στους μαθητές της πειραματικής ομάδας σε μικρότερη συχνότητα.

Στην πέμπτη φάση, του ελέγχου (Αγαλιώτης, 2011), η οποία αξιολογήθηκε στα πλαίσια της συνέντευξης, ο κάθε μαθητής απάντησε εάν πραγματοποιεί έλεγχο ή επαληθεύσεις και εάν προβληματίζεται ως προς το αποτέλεσμα σε σχέση με την αρχική του εκτίμηση. Οι περισσότεροι μαθητές και των δύο ομάδων, απάντησαν ότι δεν έκαναν έλεγχο και ανέφεραν ότι δεν κάνουν έλεγχο ούτε στο σχολείο, ενώ εάν κάνουν είναι νοερός χωρίς γραπτές επαληθεύσεις.

#### 4. Συζήτηση

Με βάση την ερευνητική μας υπόθεση αναμένονταν διαφοροποίηση στον τύπο των λαθών που κάνουν οι μαθητές των δύο ομάδων στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Η ποσοτική επεξεργασία των τύπων των λαθών και τα αποτελέσματα της ποιοτικής ανάλυσης, έδειξαν ότι πράγματι οι μαθητές με δυσλεξία κάνουν διαφορετικού τύπου λάθη κατά την επίλυση προβλημάτων και με μεγαλύτερη συχνότητα. Επομένως, η ερευνητική υπόθεση επιβεβαιώνεται, καθώς πράγματι οι μαθητές με δυσλεξία διαφοροποιούνται από τους μαθητές της ομάδας ελέγχου, στους τύπους των λαθών που πραγματοποιούν.

Τόσο από την ποσοτική, όσο και από την ποιοτική ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών της πειραματικής ομάδας, φάνηκε ότι οι μαθητές με δυσλεξία έκαναν λάθη στη φάση της μετάφρασης, καθώς παρουσιάζουν δυσκολία κυρίως στην αποκωδικοποίηση, στην κατανόηση εννοιών και του συνολικού νοήματος του προβλήματος. Σε αυτές τις δυσκολίες σημαντικό ρόλο μπορεί να παίζει η διατύπωση, καθώς σύμφωνα και με τους Politt et al., (2004) οι μαθητές με δυσλεξία μπορεί να παρουσιάζουν



δυσκολίες στην κατανόηση του γραπτού λόγου και ειδικά σε οδηγίες περίπλοκες ή αντίστροφες από αυτές που γνωρίζουν. Έτσι, σε προβλήματα πιο περίπλοκα από αυτά που κατά κανόνα περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια, είναι λογικό να παρουσιάζουν δυσκολία.

Επιπλέον, μαθητές και των δύο ομάδων, με μεγαλύτερη συχνότητα στην ομάδα των παιδιών με δυσλεξία, ανέφεραν ότι δεν γνωρίζουν έννοιες του μαθηματικού λεξιλογίου σε μεγαλύτερο βαθμό από ότι οι μαθητές της ομάδας ελέγχου. Τα ευρήματα αυτά για δυσκολίες στις μαθηματικές έννοιες συμφωνούν με τις απόψεις των Politt et al., (2004), οι οποίοι αναφέρουν ότι η άγνωστη ορολογία για τους μαθητές με δυσλεξία μπορεί να έχει συνέπειες στην κατανόηση του προβλήματος. Οι μαθητές της ομάδας ελέγχου έκαναν επίσης μεταφραστικά λάθη λόγω άγνωστων εννοιών αλλά κυρίως σε περιπτώσεις όπου κατανοούσαν το πρόβλημα διαφορετικά με βάση την εκφώνηση.

Υπήρξαν περιπτώσεις μαθητών στην πειραματική ομάδα που δυσκολεύτηκαν στην αποκωδικοποίηση των εκφωνήσεων με αποτέλεσμα να μην μπορούν να αντλήσουν τις πληροφορίες από την εκφώνηση. Το εύρημα αυτό είναι σύμφωνο με ερευνητές (Malmer, 2000, Lawson, et al., 2003) που υποστηρίζουν ότι είναι πιθανόν ένας μαθητής να δυσκολευτεί στην κατανόηση του προβλήματος λόγω των αναγνωστικών δυσκολιών του (έλλειψη αναγνωστικής ευχέρειας, δυσκολία σε μακροσκελή κείμενα κ.ά. όπως αναφέρουν οι Lawson, et al., (2003). Επίσης, η Malmer (2000) επισημαίνει ότι η αποκωδικοποίηση των λέξεων απαιτεί πολλή ενέργεια, με σημαντικές επιπτώσεις στην κατανόηση. Το εύρημα αυτό συμφωνεί με τους Vuković, et al., (2010) οι οποίοι αναφέρουν ότι η μαθηματική επίδοση επηρεάζεται από τις αναγνωστικές δυσκολίες και από τον τύπο και το βαθμό αυτών.

Επιπροσθέτως, οι μαθητές με δυσλεξία περιέγραψαν το πρόβλημα διαφορετικά, με τρόπο που δεν αναμένονταν με βάση την εκφώνηση ή σε ορισμένες περιπτώσεις, δεν κατανοούσαν την εκφώνηση λόγω της διατύπωσης. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σύμφωνο με τις απόψεις του Smith (1996, ο.α. στο Chinn & Ashcroft, 2017), ο οποίος αναφέρει ότι οι δυσλεκτικοί μπορεί να κάνουν λάθη που μπορεί να οφείλονται σε μικρές αλλαγές στη διατύπωση. Ωστόσο, τέτοιους είδους λάθη δεν σημειώθηκαν από τους μαθητές τυπικής ανάπτυξης. Εκτός από μερικά αναγνωστικά λάθη, οι μαθητές τυπικής ανάπτυξης δεν παρουσίασαν ιδιαίτερες δυσκολίες, ούτε στην αποκωδικοποίηση, ούτε στην κατανόηση, ενώ τα περισσότερα λάθη κατανόησης σύμφωνα με τις αναφορές των μαθητών αυτών, οφείλονται σε λανθασμένη διατύπωση.

Επίσης, οι μαθητές και των δύο ομάδων που έκαναν λάθη στη φάση της μετάφρασης ανέφεραν ότι λόγω πολλών πληροφοριών του προβλήματος, έδωσαν σημασία μόνο στις πληροφορίες - λέξεις, που θεώρησαν χρήσιμες, ώστε να αποφασίσουν τι πράξη θα κάνουν. Αυτή μάλιστα η στρατηγική όπως αναφέρουν οι Hegarty, Mayer, και Monk (1995) είναι μια στρατηγική των μη αποτελεσματικών λυτών και αυτός

ίσως είναι ένας λόγος που οι μαθητές που στηρίχτηκαν σε λέξεις-κλειδιά απέτυχαν στη λύση του προβλήματος.

Παρόμοιες διαφορές σημειώθηκαν και στην δεύτερη φάση της ολοκλήρωσης. Τα λάθη των μαθητών της ομάδας ελέγχου όπως προαναφέρθηκε είναι περισσότερα σε αυτή τη φάση (μεταξύ των μαθητών αυτής της ομάδας), πιθανόν επειδή δεν δυσκολεύτηκαν στη φάση της μετάφρασης και έφτασαν στη φάση αυτή. Οι μαθητές με δυσλεξία παρουσίασαν τη μεγαλύτερη δυσκολία στον εντοπισμό των σημαντικών και ασήμαντων στοιχείων και των σχέσεων μεταξύ των δεδομένων. Πιο συγκεκριμένα, πολλοί μαθητές και στις δύο ομάδες χρησιμοποίησαν άσχετες πληροφορίες, χωρίς να μπορούν να διακρίνουν τις πιο σημαντικές, ή αγνόησαν χρήσιμα στοιχεία. Το εύρημα αυτό συμφωνεί με άλλους ερευνητές (Littlefield & Rieser, 1993, Low & Over, 1989, 1990, ο.α. στο Hegarty, et al., 1995) που υποστηρίζουν ότι οι ασήμαντες πληροφορίες, παίζουν σημαντικό ρόλο, καθώς ο μαθητής χωρίς πλήρη κατανόηση του προβλήματος πιθανόν να χρησιμοποιήσει όσες πληροφορίες και αριθμούς εντοπίσει στο πρόβλημα. Το εύρημα αυτό συμφωνεί και με τους Rasmussen και Bisanz (2005), οι οποίοι υποστηρίζουν ότι τα προβλήματα που περιέχουν άσχετες πληροφορίες είναι πιο δύσκολα.

Πολλοί μαθητές και στις δύο ομάδες (με μεγαλύτερη συχνότητα στην ομάδα των μαθητών με δυσλεξία), ανέφεραν ότι ενώ διάβασαν σωστά το πρόβλημα, και επομένως δεν υπήρχαν αναγνωστικά λάθη (φάση μετάφρασης) έλυσαν το πρόβλημα με άλλο τρόπο από αυτόν που αναμένονταν, καθώς νόμιζαν ότι έψαχναν κάτι διαφορετικό. Ουσιαστικά χωρίς να αναγνωρίσουν τον τύπο του προβλήματος μετέτρεψαν ένα πρόβλημα χαμηλής συχνότητας σε πρόβλημα υψηλής συχνότητας λόγω της δομής του. Οι μαθητές μπορεί να μην είχαν έλθει σε επαφή με ορισμένους τύπους προβλημάτων (όπως προβλήματα σύγκρισης), οπότε χρησιμοποίησαν τον ίδιο τρόπο που έχουν μάθει για να λύνουν παρόμοια προβλήματα, που συναντούν πιο συχνά. Τέτοιους είδους λάθη έκαναν κυρίως οι μαθητές με δυσλεξία. Το εύρημα αυτό δεν επιβεβαιώνεται σύμφωνα με έρευνες αναφορικά με τον τύπο των προβλημάτων σε μαθητές με δυσλεξία. Ωστόσο, οι Chinn et al., (2001) αναφέρουν ότι οι δυσλεκτικοί μαθητές αισθάνονται πιο ασφαλείς, όταν ακολουθούν τις ίδιες διαδικασίες, καθώς αυτό ενισχύει και τη μνήμη τους. Κατά συνέπεια χρησιμοποιούν ένα ίδιο πρότυπο επίλυσης προβλημάτων σε όσα προβλήματα μοιάζουν.

Επιπλέον, με βάση τον τύπο των προβλημάτων παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές με δυσλεξία δυσκολεύτηκαν περισσότερο σε προβλήματα που εισάγουν την έννοια της σύγκρισης (και πιο συχνά από τους συμμαθητές τους τυπικής ανάπτυξης), μετατρέποντας τις συσχετιστικές προτάσεις σε προσδιοριστικές. Αυτό πιθανότητα οφείλεται στο γεγονός ότι τα προβλήματα αυτά (σύμφωνα με τους Vlahovi - teti , 2004, Riley, Greeno & Heller, 1983, ο.α. στο Αγαλιώτης, 2011) είναι πράγματι πιο δύσκολα σε σχέση με τους υπόλοιπους τύπους προβλημάτων.

Παρόμοιες διαφορές σημειώθηκαν και στην φάση του σχεδιασμού με τη διαφορά ότι οι μαθητές με δυσλεξία, στα περισσότερα προβλήματα δεν έφτασαν καθόλου στη φάση αυτή, σε σχέση με την ομάδα ελέγχου. Το εύρημα αυτό είναι σύμφωνο με την έρευνα των Reiter, Tucha και Lange, (2005) οι οποίοι βρήκαν ότι τα ελλείμματα εκτελεστικών λειτουργιών που παρουσιάζουν οι μαθητές με δυσλεξία, μπορεί να ευθύνονται για δυσκολίες στο σχεδιασμό και τη λήψη αποφάσεων.

Στην φάση της εκτέλεσης, οι μαθητές των δύο ομάδων παρουσίασαν εξίσου αξιοσημείωτες διαφορές. Εντοπίστηκαν λάθη στους αριθμητικούς συνδυασμούς της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού (όπως:  $7+2 = 8$ ). Το αποτέλεσμα αυτό συμφωνεί με τον Chinn (1994), ο οποίος διαπίστωσε ότι οι μαθητές με δυσλεξία χρησιμοποιούν στρατηγικές μέτρησης, καθώς δεν γνωρίζουν τους αριθμητικούς συνδυασμούς.

Επίσης μαθητές και των δύο ομάδων έκαναν λάθη κατά τον νοερό υπολογισμό των πράξεων. Οι δυσκολίες αυτές στους μαθητές με δυσλεξία, είναι σύμφωνες με τις απόψεις των Politt et al., (2004) οι οποίοι αναφέρουν ότι στους νοερούς υπολογισμούς, που απαιτούν δεξιότητες μνήμης οι μαθητές με δυσλεξία παρουσιάζουν δυσκολίες. Επιπλέον, οι Boets και De Smedt (2010) αναφέρουν ότι οι δυσκολίες στις στρατηγικές ανάκτησης, σχετίζονται με τη φωνολογική επεξεργασία κι έτσι είναι πιθανόν παιδιά με ελλείμματα στον τομέα αυτό, να παρουσιάζουν και δυσκολίες σε αριθμητικές πράξεις που βασίζονται σε στρατηγικές ανάκτησης αριθμητικών συνδυασμών.

Και στις δύο ομάδες σημειώθηκαν λάθη στην αφαίρεση με την παράλειψη ψηφίου στο αποτέλεσμα της αφαίρεσης. Επιπλέον, οι μαθητές με δυσλεξία εξηγώντας το λόγο της παράλειψης ανέφεραν ότι ξέχασαν να γράψουν τον αριθμό στο αποτέλεσμα, ενώ ανέφεραν ότι ξέχασαν να λάβουν υπόψη τους τα κρατούμενα. Τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν με απόψεις ερευνητών (Miles, 1992) οι οποίοι ανέφεραν ότι πράγματι οι μαθητές με δυσλεξία λόγω δυσκολιών μνήμης είναι πιθανόν να κάνουν τέτοια λάθη στην εκτέλεση.

Ένα λάθος που έγινε μόνο από μαθητές με δυσλεξία είναι η σύγχυση συμβόλου και η αλλαγή της πράξης. Οι μαθητές με δυσλεξία παρά την σωστή περιγραφή των βημάτων, έκαναν λάθη στη γραπτή απάντηση λόγω σύγχυσης συμβόλου την ώρα της επίλυσης (παράδειγμα σύμβολο πρόσθεσης-αφαίρεσης), ενώ αυτό δικαιολογείται λόγω δυσκολιών στην οπτική μνήμη τους, όπως αναφέρουν οι Politt et al., (2004). Τέλος, στη φάση αυτή οι μαθητές με δυσλεξία έκαναν λάθη με το «0» κατά την αφαίρεση ( $9-0=0$ ), που δεν έγινε από τους μαθητές τυπικής ανάπτυξης. Το εύρημα αυτό δεν συμφωνεί με κάποια άλλη έρευνα. Ωστόσο, σύμφωνα με τον Αγαλιώτη (2011), λάθη τέτοιου είδους θα μπορούσαν να οφείλονται σε έλλειψη κατανόησης στη λειτουργία του μηδενός (αντιπροσωπεύει το «τίποτα», οπότε η απάντηση είναι 0).

Τέλος, στην φάση του ελέγχου οι μαθητές και των δύο ομάδων φαίνεται ότι δεν ελέγχουν τα προβλήματα, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν πολλά λάθη, που θα μπορούσαν να έχουν αποφευχθεί. Ωστόσο, και στη φάση αυτή συχνότερα οι μαθητές

με δυσλεξία δεν ελέγχουν τις λύσεις, σε σχέση με τα παιδιά της ομάδας ελέγχου, όπως επιβεβαιώνεται από τους Politt et al., (2004).

Ωστόσο, παρά τη σημαντικότητα των ευρημάτων η παρούσα έρευνα υπόκειται σε κάποιους περιορισμούς. Ένας πρώτος περιορισμός είναι ότι το δείγμα της έρευνας, αποτελούνταν από μαθητές συγκεκριμένης ηλικιακής ομάδας (11-13 ετών) και φοιτούσαν στα σχολεία συγκεκριμένων νομών. Ως εκ τούτου, το δείγμα δεν είναι αντιπροσωπευτικό και τα αποτελέσματα δεν μπορούν αβίαστα να γενικευτούν για το σύνολο των μαθητών με δυσλεξία, όλων των ηλικιακών ομάδων. Επιλέον, αν κι όλα τα παιδιά της πειραματικής ομάδας είχαν διάγνωση δυσλεξίας, από την αξιολόγηση της διεπιστημονικής ομάδας των Κ.Ε.Σ.Υ. (Κέντρα Εκπαιδευτικής και Συμβουλευτικής Υποστήριξης), στη περιγραφή της διάγνωσης τους δεν λαμβάνεται υπόψιν το συναισθηματικό και κοινωνικο-οικονομικό προφίλ των παιδιών. Ωστόσο, οι παράγοντες αυτοί θα μπορούσαν να επηρεάσουν την επίδοση στα μαθηματικά (Jordan & Levine, 2009) και θα πρέπει να ληφθούν υπόψιν και να μελετηθούν σε μελλοντικές έρευνες.

Συμπερασματικά, τα αποτελέσματα της έρευνας έδωσαν σημαντικές πληροφορίες για τους τύπους των λαθών που κάνουν οι μαθητές με δυσλεξία σε σχέση με τους τυπικά αναπτυσσόμενους συμμαθητές τους κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, ένα πεδίο το οποίο δεν έχει ακόμα μελετηθεί διεξοδικά. Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω ευρήματα είναι φανερό πόσο σημαντικό είναι να εντοπισθούν οι δυσκολίες των μαθητών με δυσλεξία στον τομέα της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, ώστε να αναδειχθούν οι περιοχές στις οποίες τα παιδιά με δυσλεξία χρειάζονται ενίσχυση και εκπαιδευτική βοήθεια. Έτσι σε μελλοντικές έρευνες καλό είναι να διερευνηθούν οι αποτελεσματικές διδακτικές μέθοδοι και στρατηγικές, οι οποίες μπορεί να συμβάλουν στην άμβλυνση των δυσκολιών και τη βελτίωση της επίδοσης στα μαθηματικά.

## Βιβλιογραφία

- Αγαλιώτης, Ι. (2011) *Διδασκαλία μαθηματικών στην ειδική αγωγή και εκπαίδευση: Φύση και εκπαιδευτική διαχείριση των μαθηματικών δυσκολιών*. Αθήνα: Γρηγόρης.
- Βλάχος, Φ. (2010) Δυσλεξία: Μία συνθετική προσέγγιση αιτιολογικών θεωριών. *Hel- lenic Journal of Psychology*, 7, 205-240.
- Βλάχος, Φ. (2018) Νευροεπιστημονικές προσεγγίσεις της ανάγνωσης και της δυσλεξίας Στο: Βλάχος Φ. (Επιμ.) *Εγκέφαλος μάθηση και ειδική αγωγή*. Αθήνα: Gutenberg.
- Boets, B. & De Smedt, B. (2010) Single-digit arithmetic in children with dyslexia. *Dyslexia*, 16, 183-191.

- Chinn S. J. (1994) A study of the basic number fact skills of children from specialist dyslexic and normal schools *Dyslexia Review*, 2, 4-6.
- Chinn, S. J. & Ashcroft, J. R. (1998) *Mathematics for dyslexics: A teaching handbook* (2nd ed.). London: Whurr.
- Chinn, S., McDonagh, D., Elswijk, R. V., Harmsen, H., Kay, J., McPhillips, T., Power, A. & Skidmore, L. (2001) Classroom studies into cognitive style in mathematics for pupils with dyslexia in special education in the Netherlands, Ireland and the UK. *British Journal of Special Education*, 28(2), 80-85.
- Chinn, S. J. & Ashcroft, R. E. (2017) *Mathematics for dyslexics and dyscalculics: a teaching handbook*. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons.
- Creswell, J. W. (2011) *Η έρευνα στην εκπαίδευση: Σχεδιασμός, διεξαγωγή και αξιολόγηση της ποσοτικής και ποιοτικής έρευνας*. Αθήνα: Ίων / Έλλην.
- Duncan, L. G. (2018) Language and Reading: the Role of Morpheme and Phoneme Awareness. *Current developmental disorders reports*, 5, 226-234.
- Evans, T. M., Flowers, D. L., Napoliello, E. M., Olulade, O. A. & Eden, G. F. (2014) The functional anatomy of single-digit arithmetic in children with developmental dyslexia. *NeuroImage*, 101, 644-652.
- Freda, C., S. M. Pagliara, S. M., Ferraro, F., Zanfardino, F. & Pepino, A. (2008) Dyslexia: Study of compensatory software which aids the mathematical learning process of dyslexic students at secondary school and university. In: *International Conference on Computers for Handicapped Persons*, (pp. 742-746). Berlin: Heidelberg, Springer.
- Jordan, N. C. & Levine, S. C. (2009) Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental disabilities research reviews*, 15(1), 60-68.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A. (1995) Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87, 18-32.
- Helland, T. & Asbjørnsen, A. (2004) Digit span in dyslexia: variations according to language comprehension and mathematics skills. *Journal of Clinical & Experimental Neuropsychology*, 26(1), 31-42.
- International Dyslexia Association (2002) *Definition of Dyslexia*. Retrieved from: <https://dyslexiaida.org/definition-of-dyslexia/>
- Lawson, D., Croft, A. C. & Halpin, M. (2003) *Good Practice in the Provision of Mathematics Support Centres* (2nd ed.). Birmingham: LTSN Maths, Stats and OR Network.
- Lopes-Silva, J. B., Moura, R., J. Iio-Costa, A., Wood, G., Salles, J. F. & Haase, V. G. (2016). What is specific and what is shared between numbers and words? *Frontiers in psychology*, 7, 22

- Malmer, G. (2000) Mathematics and dyslexia - an overlooked connection. *Dyslexia*, 6, 223-230.
- Miles, T. R. (1992) Some theoretical considerations. In Miles, T. R. & Miles, E. (Eds). *Dyslexia and Mathematics*, (pp. 1-18). London: Routledge.
- Miles, T. R., Haslum M. N. & Wheeler, T. J. (2001) The mathematical abilities of dyslexic 10-year-olds. *Annals of Dyslexia*, 51, 299-321.
- Μπάρμπας, Γ., Βερμέουλεν, Φ., Κιοσέογλου, Γ. & Μενεξές, Γ. (2008) *Ψυχομετρικό κριτήριο μαθηματικής επάρκειας για παιδιά και εφήβους, Στο πλαίσιο του έργου ΕΠΕΑΕΚ «Ψυχομετρική - διαφορική αξιολόγηση παιδιών και εφήβων με μαθησιακές δυσκολίες»*. Θεσσαλονίκη.
- Politt, R., Pollock, R. & Waller, E. (2004) *Day-to-day dyslexia in the classroom*. Routledge.
- Παυλίδου, Μ., Τέλιου, Ε. & Βλάχος, Φ. (2017) Ετερογένεια στο γνωστικό προφίλ των δυσλεξικών. *Ελληνική Επιθεώρηση Ειδικής Αγωγής*, 5, 17-36.
- Rasmussen, C. & Bisanz, J. (2005) Representation and working memory in early arithmetic. *Journal Experimental Child Psychology*, 91, 137-157.
- Reiter, A., Tucha, O. & Lange, K. W. (2005) Executive functions in children with dyslexia. *Dyslexia*, 11, 116-131.
- Σέχα, Β., Βλάχος, Φ., Τζιβνίκου, Σ., Σταθοπούλου, Χ. (2019) Αξιολόγηση της μαθηματικής επάρκειας των μαθητών με δυσλεξία σε σχέση με τυπικά αναπτυσσόμενους μαθητές. Στο Παπαδάτος, Γ., Μπαστέα, Α. & Κουμέντος, Γ. (επιμ.): Πρακτικά 9ου Πανελληνίου Συνεδρίου Επιστημών Εκπαίδευσης (σελ. 890-901). Αθήνα: e-Publisher: EKT. ISSN: 2529-1157 DOI: <http://dx.doi.org/10.12681/educs.3166>
- Stern, E. (1993) What makes certain arithmetic word problems involving comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology*, 85, 7-23.
- Träff, U. & Passolunghi, M. C. (2015) Mathematical skills in children with dyslexia. *Learning and Individual Differences*, 40, 108-114.
- Vlachos, F., Andreou, E. & Delliou, A. (2013) Brain hemisphericity and developmental dyslexia. *Research in Developmental Disabilities*, 34, 1536-1540.
- Vlachos, F., Avramidis, E., Dedousis, G., Chalmpé, M., Ntalla, I. & Giannakopoulou, M. (2013) Prevalence and gender ratio of dyslexia in Greek adolescents and its association with parental history and brain injury. *American Journal of Educational Research*, 1, 22-25.
- Vlahovi - teti , V., Rován D. & Mendek, . (2004) The role of students' age, problem type and situational context in solving mathematical word problems. *Review of Psychology*, 11, 25-33.
- Vukovic, R. K., Lesaux, N. K & Siegel, L. S. (2010) The Mathematics Skills of Children with Reading Difficulties. *Learning & Individual Differences*, 20, 639-643.



## Παράρτημα 1

<i>Πρωτόκολλο Συνέντευξης</i>
<p>Ερωτήσεις για το κάθε πρόβλημα ανά φάση επίλυσης προβλημάτων. Ο αριθμός της κάθε ερώτησης αντιστοιχεί στην κάθε φάση της επίλυσης προβλημάτων.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Μετάφραση</li> <li>2) Ολοκλήρωση</li> <li>3) Σχεδιασμός</li> <li>4) Εκτέλεση</li> <li>5) Έλεγχος</li> </ol>

<i>Καταγραφή απαντήσεων μαθητή/τριας</i>	
<p>Για ποιον/ποια μιλάει το πρόβλημα; (1)</p> <p>Τι έκανε (το πρόσωπο) στο πρόβλημα;(1)</p> <p>Υπάρχει κάποια έννοια που σε δυσκολεύει; (1)</p> <p>Ποια είναι τα δεδομένα του προβλήματος;(2)</p> <p>Ποια είναι τα ζητούμενα του προβλήματος;(2)</p> <p>Τι πρέπει να βρεις; (2)</p> <p>Έχεις τα στοιχεία που χρειάζεσαι για να λύσεις το πρόβλημα; (3)</p> <p>Με τι πράξη θα το βρεις ;(3)</p> <p>Πες μου πώς ακριβώς έλυσες την πράξη. (4)</p> <p>Πες μου τη λύση που βρήκες στο πρόβλημα. (4)</p> <p>Είναι λογικό το αποτέλεσμα; (5)</p> <p>Ταιριάζει η λύση με την αρχική σου εκτίμηση;(5)</p> <p>Έλεγξες τις πράξεις που έκανες;(5)</p>	

## Παράρτημα 2

### *Κλείδα καταγραφής λαθών ανά φάση επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων*

**1<sup>η</sup> φάση: Μετάφραση:** Μετατροπή των στοιχείων του προβλήματος σε νοητική αναπαράσταση του με βάση τις προϋπάρχουσες γνώσεις

- Αναγνωστικό λάθος
- Δυσκολίες αποκωδικοποίησης κατά την ανάγνωση της εκφώνησης
- Ο μαθητής ψάχνει λέξεις κλειδιά (όπως 'περισσότερο' ή 'λιγότερο' κ.ά., ώστε να τις αντιστοιχίσει με πράξεις
- Λάθος διατύπωση του προβλήματος  
(Θα εντοπιστεί στην αξιολόγηση. Η απάντηση του μαθητή μπορεί να είναι λογική με βάση τη διατύπωση, ενώ δεν είναι μαθηματικά σωστή.
- Δυσκολία λόγω ελλείψεων σε γλωσσικές γνώσεις καθώς και του αντίστοιχου λεξιλογίου που χρησιμοποιείται στα μαθηματικά
- Δυσκολία σε έννοιες που δηλώνουν συσχέτιση (όπως 'περισσότερο'- 'λιγότερο')

**2<sup>η</sup> φάση: Ολοκλήρωση:** Διαμόρφωση της συνολικής εικόνας για τη σχέση των δεδομένων του προβλήματος

Αντίληψη νοήματος στο πρόβλημα:

- Πρόβλημα Αλλαγής
- Πρόβλημα Σύνδυασμού
- Πρόβλημα Σύγκρισης
- Πρόβλημα εξομοίωσης  
(είδη προβλημάτων)
- Σειρά ενεργειών και πράξεων που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος
- Λάθος στην μετατροπή του προβλήματος όπως από συσχετιστική πρόταση => προσδιοριστική πρόταση
- Ο μαθητής μπορεί να μπερδευτεί από άσχετες πληροφορίες μέσα στο πρόβλημα

**3<sup>η</sup> φάση: Σχεδιασμός:** Επιλογή των ενεργειών – δράσεων με τις οποίες θα γίνει ο χειρισμός των δεδομένων –Στρατηγική προσέγγιση του τελικού ζητούμενου του προβλήματος μέσω μαθηματικών εννοιών και πράξεων.

Ποιες ενέργειες πρέπει να γίνουν και με ποια σειρά;

Με ποιες πράξεις θα πραγματοποιηθούν οι ενέργειες αυτές;

Γιατί διάλεξε αυτή την πράξη;

Εξηγεί:

α) Κατανοεί την πράξη και το λόγο χρήσης της

β) Διαλέγει μηχανιστικά την πράξη χωρίς πλήρη κατανόηση του προβλήματος

Για παράδειγμα: Ο μαθητής είδε τη λέξη 'περισσότερο' και διάλεξε πρόσθεση, ή διάλεξε τον πολλαπλασιασμό χωρίς να εξηγεί το λόγο.

**4<sup>η</sup> φάση Εκτέλεση:** Υλοποίηση και εκτέλεση των μαθηματικών πράξεων – εύρεση του αποτελέσματος στο τέλος της διαδικασίας

Η αποτύπωση της απάντησης με μαθηματικό τρόπο.

*Γνώση αλγορίθμων*

**Πιθανά λάθη από μαθητές με Δυσλεξία:**

- Διάκριση πραξιακών συμβόλων ( +X), (- ÷) κ.ά.
- Αλλαγή κατεύθυνσης κατά την εργασία (αριστερά-δεξιά, πάνω-κάτω)
- Λάθη που οφείλονται στην μνήμη (αριθμητικοί συνδυασμοί)
- Λάθη χωρικής αντίληψης (τοποθέτηση αριθμού στη σωστή στήλη).
- Λάθη στην πρόσθεση και αφαίρεση με τα κρατούμενα και τα δανεικά
- Λάθη με αριθμούς : 6-9, 2-5, 4-7
- Λάθος κατεύθυνση (πχ πρόσθεση απο αριστερά)
- Αλλαγή της πράξης στη μέση της διαδικασίας (ο μαθητής μπορεί να μπερδέψει το σύμβολο της πρόσθεσης (+) με το σύμβολο του πολλαπλασιασμού ( ) και στη μέση της πράξης συνεχίζει αλλιώς)
- Λάθος αντιγραφή από το πρόχειρο ( όπως, να έχει γράψει 59 στο πρόχειρο και να το μεταφέρει ως 95)
- Λάθη σε διαίρεση με το '0' στη θέση διαιρετέου
- Δυσκολίες με κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς

### **Αλγοριθμικά λάθη λόγω μη κατάκτησης προϋποτιθέμενων γνώσεων και λανθασμένης χρήσης κανόνων:**

- Λάθη ελαττωματικού αλγόριθμου και παραβίασης της θεσιακής αξίας (πχ. Πρόσθεση όλων των μεμονωμένων ψηφίων
- Λάθη με κρατούμενα  
όπως μεταφορά όλων των κρατούμενων στην ακραία αριστερή στήλη ή παράλειψη του κρατούμενου.
- Λάθη με το μηδέν (όπως λανθασμένη εκτίμηση ότι πρόσθεση με το 0 κάνει 0.
- Λάθη άγνοιας αλγορίθμου (γνωρίζει ότι πρέπει να κάνει πρόσθεση αλλά δεν ξέρει να την κάνει)
- Λάθη εκτέλεσης διαφορετικής πράξης  
όπως η εκτέλεσης αφαίρεσης αντί πρόσθεσης ή πολλαπλασιασμού αντί πρόσθεσης
- Λάθη τυχαίων υποθέσεων (όπως η παρουσία ανεξήγητων αριθμών στο άθροισμα( $27+13=34$ ))
- Λάθη στην κατεύθυνση εκτέλεσης της πράξης
- Έναρξη εκτέλεσης της πράξης απο αριστερά με ταυτόχρονη παράλειψη του κρατούμενου.
- Συνδυασμός λαθών από τα παραπάνω

### **5<sup>η</sup> φάση: Έλεγχος**

Αξιολόγηση μέσω παρατήρησης:

Ο μαθητής αφού λύσει το πρόβλημα προχωράει στο επόμενο πρόβλημα χωρίς να αφιερώνει χρόνο στον έλεγχο της λύσης

Σημειώνει στο πρόχειρο πράξεις επαλήθευσης. (ναι ή όχι)

Ο μαθητής μπορεί να εκφράσει απορία σε σχέση με την αρχική του εκτίμηση και το τελικό αποτέλεσμα.

Ο μαθητής δηλώνει εάν έκανε έλεγχο (έστω νοερό) στο τέλος του κάθε προβλήματος